

**Т.А. АЛДАМУРАТОВА, К.С. БАЙШОЛАНОВА,
Е.С. БАЙШОЛАНОВ**

МАТЕМАТИКА

В двух частях

Часть 1

Учебник для 6 класса общеобразовательной школы

6

**Рекомендовано Министерством образования
и науки Республики Казахстан**



Алматы «Атамұра» 2018

УДК 373.167.1
ББК 22. 1 я 72
А 45

Учебник подготовлен в соответствии с Типовой учебной программой по предмету «Математика» для 5–6 классов уровня основного среднего образования по обновленному содержанию, утвержденной Министерством образования и науки РК.

Под редакцией доктора физико-математических наук,
профессора
Мухамбетжанова Салтанбека

*Рецензенты: Симакина Галина Николаевна –
отличник народного образования КазССР,
учитель высшей категории школы
для одаренных детей «Зерде» г. Астаны;
**Оноприенко Любовь Николаевна –
учитель математики школы-лицея № 27 г. Астаны.***

Алдамуратова Т.А. и др.
А 45 Математика: Учебник для 6 класса общеобразоват. шк. в 2 частях /
Т.А. Алдамуратова, К.С. Байшоланова, Е.С. Байшоланов. – Алматы:
Атамұра, 2018. – 208 с.

ISBN 978-601-331-130-2
Ч. 1 – 2018. – 208 с.
ISBN 978-601-331-129-6

УДК 373.167.1
ББК 22. 1 я 72

ISBN 978-601-331-129-6 – (ч. I)
ISBN 978-601-331-130-2

© Алдамуратова Т.С.,
Байшоланова К.С.,
Байшоланов Е.С., 2018
© «Атамұра», 2018

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ



– задания для предварительной подготовки к усвоению новой темы;



– вопросы по основному материалу темы;



– исторические сведения;

A – упражнения первого уровня;

B – упражнения второго уровня;

C – упражнения третьего уровня;

синий
цвет

– упражнения для повторения;

* – задачи повышенной трудности;

в рамке – упражнения логического характера;

○ – задачи на смекалку;

▲ – задачи с одним условием и различными вопросами;

● – наводящие вопросы;



– задачи с использованием источников информационно-коммуникационных технологий – ИКТ;



– ответы к упражнениям по данной теме;



– задания для самостоятельного усвоения новой темы;



– так отмечены ожидаемые ответы учащихся на поставленные вопросы, а также выводы.

ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО В 5 КЛАССЕ

Делимость натуральных чисел

По записи числа, не выполняя деления, можно установить, делится или не делится это число на другое. Для этого пользуются признаками делимости.

I. Признак делимости натуральных чисел на 2, на 5, на 10, на 3 и на 9.

Задача 1.

?

Заменив звездочку соответствующей цифрой, заполните таблицу.

	Числа, делящиеся на 2	Числа, делящиеся на 5	Числа, делящиеся на 10	Числа, делящиеся на 3	Числа, делящиеся на 9
49*					
83*					

Вспомните!

Натуральные числа, запись которых оканчивается:

- 1) четной цифрой, делятся на 2;
- 2) цифрой 0 или цифрой 5, делятся на 5;
- 3) цифрой 0, делятся на 10.

Если сумма цифр натурального числа:

- 1) делится на 9, то и число делится на 9;
- 2) делится на 3, то и число делится на 3.

?

II. Задача 2.

Из чисел 1, 2, 6, 7, 13, 15, 20, 41, 49 выпишите числа, имеющие:

- 1) только один делитель;
- 2) только два делителя;
- 3) более двух делителей.

Проверьте себя.

- 1) Число 1 имеет только один делитель.
- 2) Числа 2, 7, 13, 41 имеют только два делителя.
- 3) Числа 6, 15, 20, 49 имеют более двух делителей.

Натуральные числа, имеющие только два делителя: единицу и само это число, называют *простыми*.

Натуральные числа, имеющие более двух делителей, называют *составными*.

Число 1 имеет только один делитель: само это число. Поэтому его не относят ни к простым, ни к составным числам.

III. Если одно число делится без остатка на другое, то первое число называют *кратным* второму, а второе называют *делителем* первого.

Пример 1. $32 : 8 = 4$

Число 32 кратно числу 8, а число 8 делитель числа 32.

Наибольшим общим делителем (НОД) данных натуральных чисел называют наибольшее натуральное число, на которое делится каждое из этих чисел.

Пример 2. Сократим дробь $\frac{48}{80}$. $\text{НОД}(48, 80) = 16$. Дробь сокращается на 16. $\frac{48}{80} = \frac{3}{5}$.

Наименьшим общим кратным (НОК) данных натуральных чисел называют наименьшее натуральное число, кратное каждому из этих чисел.

Пример 3. Приведем дроби $\frac{2}{15}$ и $\frac{7}{12}$ к наименьшему общему знаменателю. $\text{НОК}(15, 12) = 60$.

$$\frac{2^{(4)}}{15} = \frac{8}{60}; \quad \frac{7^{(5)}}{12} = \frac{35}{60}; \quad \frac{8}{60} \text{ и } \frac{35}{60}.$$



1. Каковы признаки делимости чисел на 2; на 5; на 9; на 3?
2. Какое число называют делителем данного числа, а какое – его кратным? Приведите примеры.
3. Сколько делителей имеют простые числа? Приведите примеры.
4. Как привести дробь к наименьшему общему знаменателю? Приведите примеры.

А

1. Из чисел 124, 131, 146, 150, 175, 200, 208, 215, 260 выпишите числа, которые делятся на:
1) 2; 2) 5; 3) 10.
2. 1) Из данных чисел выпишите числа, делящиеся на 3:
141, 152, 162, 171, 231, 305, 402, 503, 603.

2) Из данных чисел выпишите числа, делящиеся на 9:
153, 173, 180, 279, 281, 297, 314, 486.

3. Запишите пары чисел, в которых второе число кратно первому:

4 и 12; 9 и 36; 25 и 90; 27 и 51;

7 и 15; 6 и 42; 15 и 75; 32 и 96.

4. Ребята собрали 93 яблока, 87 груш и 129 слив. Сколько детей участвовало в сборе урожая фруктов, если каждый из них собрал одинаковое количество яблок, груш и слив?

В

5. Используя цифры 0, 1, 2 и 5, причем каждую только один раз, запишите двузначные числа, которые делятся на: 1) 2; 2) 5; 3) 10.

6. Заменяя звездочку соответствующей цифрой, запишите:

1) число, кратное 9:

*67; 2*9; 87*; 8*2; 9*6; 46*;

2) наименьшее число, кратное 3:

1*0; 2*1; 35*; *13; 4*5; 83*.

7. Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя и сократите дробь:

1) $\frac{24}{60}$, НОД (24, 60) = \square ;

3) $\frac{39}{130}$, НОД (39, 130) = \square ;

2) $\frac{45}{105}$, НОД (45, 105) = \square ;

4) $\frac{64}{144}$, НОД (64, 144) = \square .

8. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

1) $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{8}$, НОК (12, 8) = \square ;

3) $\frac{7}{25}$ и $\frac{2}{15}$, НОК (25, 15) = \square ;

2) $\frac{2}{9}$ и $\frac{4}{15}$, НОК (9, 15) = \square ;

4) $\frac{3}{16}$ и $\frac{5}{24}$, НОК (16, 24) = \square .

9. Какие фигуры, изображенные на рисунке 1, можно нарисовать одним росчерком (не проведя ни одной линии дважды и не отрывая карандаш от тетради), а какие – нельзя? Перечертите фигуры, которые можно обвести одним росчерком, в тетрадь.

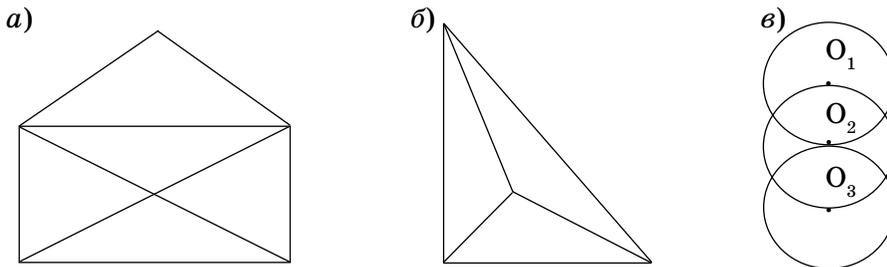


Рис. 1

10. Измерения прямоугольного параллелепипеда выражены простыми числами. Его объем равен: 1) 30 см^3 ; 2) 42 см^3 ; 3) 105 см^3 ; 4) 385 см^3 . Найдите длину, ширину и высоту прямоугольного параллелепипеда.
11. Даны числа: 15, 45, 60, 105, 135, 225 и 270. Из них наугад выбирается некоторое число. Обозначим его через x . Охарактеризуйте следующее событие как случайное, достоверное или невозможное:
 1) x кратно числу 5; 3) x – простое число;
 2) x кратно числу 9; 4) x – составное число.

С

12. Из приведенных чисел составьте пару взаимно простых:
 1) 65, 26 и 58; 2) 63, 141 и 110; 3) 33, 159 и 121.
13. Велосипедист с одинаковой скоростью в первый день проехал 65 км, во второй – 39 км.
- Какова скорость велосипедиста?
 - Сколько часов ехал велосипедист за два дня?

- 14*. Две шестерни сцеплены зубьями (рис. 2). Большая шестерня имеет 57 зубьев, а малая – 38. Сколько оборотов сделает большая шестерня, когда зубья обеих шестерен займут первоначальное положение?

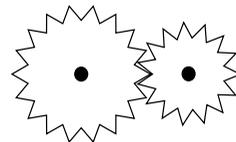


Рис. 2

- 15*. Из привезенных цветов цветочница должна собрать букеты. Если она будет составлять букеты из 3, или из 5, или из 7 цветов, то в

каждом случае останется 2 лишних цветка. Какое наименьшее число цветов было у цветочницы?

16. Какова наименьшая площадь квадрата, если он делится без остатка на прямоугольники длиной 13 см и шириной 5 см?

17. На одну чашу весов положили 3 яблока и 3 сливы. Для того чтобы уравновесить весы, на другую чашу весов положили 36 конфет. Масса яблока равна массе сливы и 8 конфет.

- Масса скольких конфет равна массе сливы?
- Масса скольких слив равна массе одного яблока?

18. Сократите дробь рациональным способом:

1) $\frac{7,8 \cdot 2,7}{9 \cdot 0,3 \cdot 3,9}$; 2) $\frac{8a + 16a}{2 \cdot 8a}$; 3) $\frac{31 \cdot 90 - 35 \cdot 31}{35 \cdot 31}$; 4) $\frac{57x + 19x}{19x \cdot 4}$.



14. 2 оборота. 16. 4225 см². 17. Масса одного яблока равна массе 5 слив.

Совместное выполнение действий с обыкновенными и десятичными дробями

Рассмотрим вычисление значений выражений, в которых содержатся и обыкновенные, и десятичные дроби.

При выполнении совместных действий с обыкновенными и десятичными дробями сохраняется установленный ранее порядок вычислений. При выполнении действия компоненты (слагаемые, уменьшаемое, вычитаемое, множители, делимое, делитель), выраженные дробными числами, нужно записать в каком-либо одном виде: либо в виде обыкновенных дробей, либо в виде десятичных (если возможен перевод в десятичную дробь).

I. Вычисление значений выражений в десятичных дробях.



Задача. Выпишите дроби, которые можно представить в виде десятичных дробей. Запишите их в виде десятичных дробей:

$$3\frac{1}{5}; \quad \frac{5}{6}; \quad \frac{7}{20}; \quad 4\frac{2}{15}.$$

Проверьте себя.

$$3\frac{1}{5} = 3\frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = 3\frac{2}{10}; \quad 3\frac{1}{5} = 3\frac{2}{10} = 3,2; \quad 3\frac{1}{5} = 3,2.$$

$$\frac{7}{20} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35; \quad \frac{7}{20} = 0,35.$$

Если в разложении знаменателя (несократимой) обыкновенной дроби на простые множители содержится только 2 и 5, то эту дробь можно представить в виде десятичной.

Пример. Найдем значение суммы $8\frac{3}{4} + 0,6$.

$$8\frac{3}{4} + 0,6 = 8,75 + 0,6 = 9,35.$$

II. Вычисление значений выражений в обыкновенных дробях.

Если в разложении знаменателя несократимой обыкновенной дроби содержится хотя бы один простой множитель, отличный от 2 и 5, то эту дробь нельзя представить в виде десятичной.

Например, найдем значение разности $6\frac{7}{15} - 1,2$.

В примере $6\frac{7}{15} - 1,2$ найти значение разности в десятичных дробях невозможно, так как знаменатель дроби $6\frac{7}{15} = 6\frac{7}{3 \cdot 5}$ содержит простой множитель 3, отличный от 2 и 5.

Поэтому значение разности нужно найти в обыкновенных дробях.

$$6\frac{7}{15} - 1,2 = 6\frac{7}{15} - 1\frac{1}{5} = 5\frac{7-3}{15} = 5\frac{4}{15}.$$



- 1) При каком условии обыкновенную дробь можно привести к десятичной?
- 2) Какая обыкновенная дробь не приводится к десятичной?

19. Укажите, какие дроби можно записать в виде десятичных:

$$\frac{3}{5}; \quad \frac{5}{12}; \quad \frac{2}{9}; \quad \frac{7}{20}; \quad \frac{6}{25}; \quad \frac{8}{15}; \quad \frac{3}{4}; \quad \frac{5}{7}.$$

А

20. Приведите обыкновенные дроби в десятичные и найдите значение выражений:

$$1) \frac{2}{5} + 1,83; \quad 2) 6,4 - \frac{3}{20}; \quad 3) 9,8 \cdot \frac{3}{10}; \quad 4) 7,2 : \frac{1}{100}.$$

21. Приведите десятичные дроби в обыкновенные и найдите значение выражений:

$$1) 8,5 - \frac{1}{3}; \quad 2) 4\frac{1}{9} + 1,8; \quad 3) \frac{1}{9} \cdot 0,12; \quad 4) \frac{6}{7} : 0,6.$$

22. Меруерт решала олимпиадные задачи по математике. После того как она решила $\frac{7}{12}$ всех задач, ей осталось решить 25 задач. Сколько всего задач нужно решить Меруерт?

23. Абрикос в 4 раза, а персик в 2 раза легче яблока. Масса яблока на 50 г больше, чем масса абрикоса и персика. Какова масса яблока? абрикоса? персика?

В

24. Выразите время в часах сначала обыкновенной дробью, а затем, если возможно, в виде десятичной дроби:

$$1) 12 \text{ мин}; \quad 3) 1 \text{ ч } 30 \text{ мин}; \quad 5) 1 \text{ ч } 36 \text{ мин}; \\ 2) 5 \text{ мин}; \quad 4) 2 \text{ ч } 15 \text{ мин}; \quad 6) 3 \text{ ч } 50 \text{ мин}.$$

25. Сократите дроби и запишите их в виде десятичных:

$$\frac{20}{25}; \quad \frac{17}{34}; \quad \frac{24}{32}; \quad \frac{39}{60}; \quad \frac{27}{75}; \quad \frac{6}{24}.$$

26. Выполните действия:

$$1) \left(1\frac{3}{5} + 1,8\right) \cdot \frac{1}{2}; \quad 4) \left(5,4 - 2\frac{1}{3}\right) : 7\frac{2}{3}; \\ 2) \left(6 - 4\frac{8}{15}\right) : 2,2; \quad 5) \left(2\frac{1}{3} + 0,25\right) \cdot 0,12; \\ 3) \left(1,25 + \frac{1}{6}\right) \cdot 2,4; \quad 6) \left(7,6 - 4\frac{3}{4}\right) : 1,9.$$

27. Когда автомобиль проехал $\frac{1}{3}$ намеченного пути, то ему осталось до середины пути еще 56,2 км. Какой путь должен проехать автомобиль?
28. Турист плыл на теплоходе $2\frac{1}{3}$ ч по течению реки, а затем 1,5 ч – по озеру. Собственная скорость теплохода 32 км/ч. Скорость течения реки 2,2 км/ч. Какое расстояние проплыл турист за указанное время?
29. В 7 клетках сидят 19 зайцев. Может ли, хотя бы в одной клетке, быть нечетное число зайцев?

30. Вычислите:

$$1) 25,2 : 3\frac{1}{2} + \left(6 - 4\frac{1}{3}\right) \cdot 0,6; \quad 2) \left(7 - 1\frac{5}{12}\right) : 6,7 + \left(5,75 - 3\frac{1}{6}\right) : 15,5.$$

С

31. Сравните дроби:

$$1) 0,25 \text{ и } \frac{3}{4}; \quad 3) \frac{5}{6} \text{ и } 0,4; \quad 5) 0,7 \text{ и } \frac{73}{100};$$

$$2) 0,5 \text{ и } \frac{1}{4}; \quad 4) 0,6 \text{ и } \frac{4}{5}; \quad 6) 0,2 \text{ и } \frac{9}{50}.$$

32. Не выполняя вычислений, из данных выражений составьте верное числовое равенство:

$$0,4 + \frac{1}{8}; \quad \frac{3}{4} + 0,8; \quad \frac{3}{20} + 0,25; \quad \frac{6}{25} + 0,5;$$

$$0,15 + \frac{1}{4}; \quad 0,24 + \frac{1}{2}; \quad \frac{2}{5} + 0,125; \quad 0,75 + \frac{4}{5}.$$

33. В фермерском хозяйстве $\frac{3}{5}$ всего поля засеяли пшеницей, а $\frac{7}{20}$ поля заняли овощами. Площадь участка, засеянного пшеницей, на

17 га больше площади участка, занятого овощами. Найдите площадь всего поля фермерского хозяйства.

34. Вычислите рациональным способом:

$$1) \frac{0,2 + 0,4 + 0,6 + 0,8 + 1 + 1,2}{1,2 + 1,4 + 1,6 + 1,8 + 2 + 2,2 + 2,4 + 2,6 + 2,8 + 3};$$

$$2) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{7} + \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{5}{8} + \frac{5}{7} + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right).$$

35. Решите уравнение:

$$1) \frac{1}{x} + \frac{1}{1\frac{2}{7}x} = \frac{4}{9}; \quad 2) \frac{2}{1\frac{3}{5}x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{12}; \quad 3) \frac{2}{1\frac{1}{3}x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{4}.$$

Выберите правильный ответ:

А. 2; В. 4; С. 5; D. 3.

- ▲ **22.** 60 задач. **23.** Яблоко весит 200 г, абрикос – 50 г, персик – 100 г.
26. 2) $\frac{2}{3}$; 3) 3,4; 4) 0,4. **27.** 337,2 км. **28.** 127,8 км. **30.** 1) 8,2; 2) 1.
33. 68 га. **34.** 1) 0,2; 2) 6.

Нахождение процентов от данного числа. Нахождение числа по его процентам

Нам известно, что процентом от любой величины (числа) называется одна сотая ($\frac{1}{100}$) ее часть.

$$1\% = \frac{1}{100}; \quad 1\% = 0,01.$$

Любое число процентов можно выразить десятичной или обыкновенной дробью. Чтобы выразить процент дробью, надо число процентов разделить на 100.

Пример 1. $60\% = \frac{60}{100} = 0,6$ или $\frac{3}{5}$;
 $75\% = \frac{75}{100} = 0,75$ или $\frac{3}{4}$.

Чтобы выразить дробь в процентах, надо ее умножить на 100 и к полученному результату приписать знак %.

Пример 2. $0,3 = (0,3 \cdot 100)\% = 30\%$; $0,85 = (0,85 \cdot 100)\% = 85\%$.

I. Нахождение процентов от данного числа.

Чтобы найти проценты от данного числа, нужно проценты записать дробью, а затем данное число умножить на эту дробь.

Пример 3. Найдем 13% от 80 м.

Решение: 13% от 80 м равны 0,13 от 80 м, поэтому $80 \cdot 0,13 = 10,4$ (м).

II. Нахождение числа по его процентам.

Чтобы найти число по его процентам, нужно проценты записать дробью, а затем данное число разделить на эту дробь.

Пример 4. Найдем число, 45% которого равно 351.

Решение. Число 351 составляет 45% от неизвестного числа. Найдем это число:

$$351 : 0,45 = 780.$$



1. Что такое 1%?
2. Как найти проценты от числа?
3. Как найти число по его процентам?

A

36. Вода составляет 65% массы человека, 98% массы арбуза, 85% массы яблока, 80% массы картофеля. Какую часть массы человека, арбуза, яблока, картофеля составляет вода?

37. 1) Сколько процентов составляет отрезок CB от отрезка AB (рис. 3)?

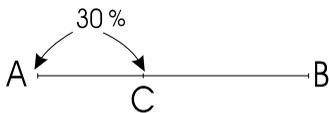


Рис. 3

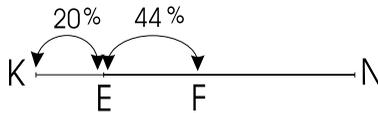


Рис. 4

2) Сколько процентов составляет отрезок FN от отрезка KN (рис. 4)?

38. При переработке молока получили 8% творога. Сколько творога можно получить из 200 кг молока?

39. В состав железного метеорита входит 91% железа и $8\frac{1}{3}\%$ никеля.

Сколько килограммов железа, сколько никеля входит в состав Сихотэ-Алинского железного метеорита, масса которого 51 кг (самый крупный обломок)?

В

40. Найдите:
 1) 10% от 35 кг; от 80 м; от 100 л.
 2) 25% от 16 кг; от 84 м; от 120 л.
41. Найдите величину:
 1) 20% которой равно 42 см; 30,8 кг; 6 л;
 2) 75% которой равно 9 см; 67,5 кг; 18 л.
42. 1) Вкладчик положил на счет в банке 7 000 000 тг. Какая сумма будет у него на счету через год, если банк начисляет 7% годовых?
 2) В банке по вкладу начисляют 8% годовых. Через год сумма на вкладе увеличилась на 520 000 тг. Какая сумма была внесена на счет в банке?
43. В магазине в первый день продали 35%, во второй день – 28% всех овощей, а в третий день – оставшиеся 333 кг. Сколько килограммов овощей было в магазине первоначально?
44. Ширина прямоугольного участка, равная 240,8 м, составляет 28% длины этого участка. Найдите площадь участка в гектарах. Ответ округлите до 0,1.
45. В эбонитовой пластмассе содержится 60% каучука, остальное – сера. На сколько граммов больше каучука, чем серы, содержится в 320 г эбонитовой пластмассы?

С

46. 1) 10,5 см² площади прямоугольника $ABCD$ закрашено (рис. 5). Вычислите площадь прямоугольника $ABCD$.
 2) 75% площади прямоугольника $EFKL$ закрашено (рис. 6). Найдите площадь закрашенной части прямоугольника $EFKL$.

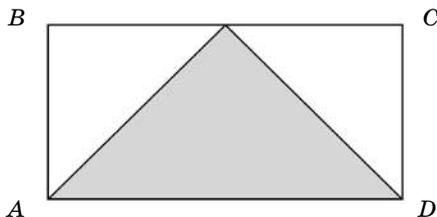


Рис. 5

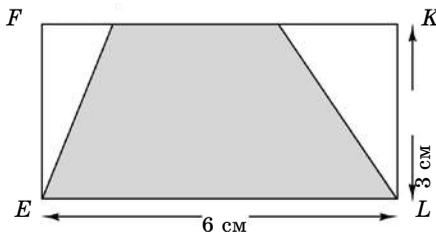


Рис. 6

47. Токарь обработал за смену 215 деталей, что составило 172% нормы. Сколько деталей обработал токарь сверх нормы?
48. Сталь – это сплав железа и углерода. В составе стали углерод составляет 2%, остальное – железо. В слитке стали железа на 4,8 т больше углерода. Найдите массу этого слитка.
49. Ученик в первый день прочитал 25% всей книги, во второй – 60% от того, что осталось после прочитанного, а оставшуюся часть книги – в третий. Сколько страниц в книге, если во второй день ученик прочитал на 12 страниц больше, чем в третий?
50. Вычислите:

$$\frac{4\frac{1}{3} : \left(\frac{5}{6} + 0,25\right)}{\left(\frac{7}{12} - \frac{2}{15}\right) : 0,9} - \frac{3,6 \cdot \left(\frac{7}{12} + \frac{1}{9}\right)}{\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{3}\right) \cdot 1\frac{5}{7}}$$

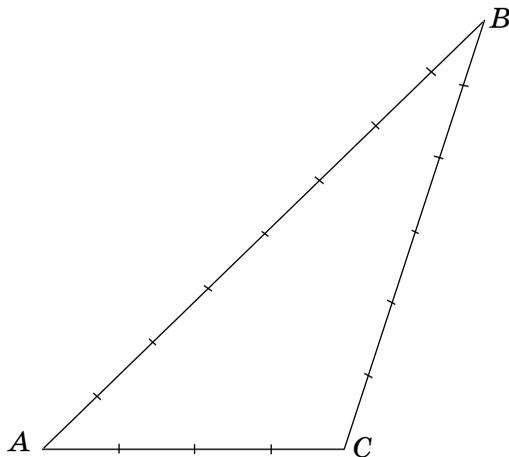


42. 2) 6 500 000 тг. 43. 900 кг. 44. $\approx 20,7$ га. 46. 2) 13,5 см².
47. 90 деталей. 48. 5 т. 49. 80 страниц. 50. 3.



Запишите длины сторон AB , AC и BC треугольника ABC (приняв длину отрезков за 1 см).

1. Во сколько раз длина стороны BC больше длины стороны AC ?
2. Какую часть составляет длина стороны AC от длины стороны BC ?
3. Во сколько раз длина стороны AB больше длины стороны AC ?
4. Какую часть составляет длина стороны AC от длины стороны AB ?



Глава I. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

1.1. Отношение двух чисел

Одноименные величины и числа сравниваются по значению разности или частного.

В тех случаях, когда одноименные величины сравниваются по значению частного, вместо слова «частное» используется термин «отношение».

Частное двух чисел называют отношением этих чисел.

С помощью букв отношение двух чисел записывают так:

$$a : b, \text{ или } \frac{a}{b}.$$

Читают: «отношение чисел a и b », или «отношение числа a к числу b », где a – *предыдущий член*, b – *последующий член*.

Например, $24 : 8$
 преды- после-
 дущий дующий
 член член

Читают:

«отношение чисел 24 и 8»;
«отношение 24 к 8»;
«отношение числа 24 к числу 8»;

Задание. Сравните длины отрезков $AB = 14$ см и $CD = 7$ см (рис. 1.1)

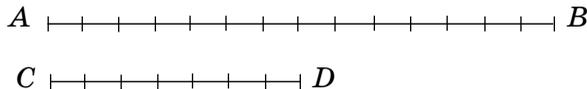


Рис. 1.1



Ответьте на вопросы.

1. Что показывает отношение $14 : 7$, или $\frac{14}{7}$;

2. Что показывает отношение $7 : 14$, или $\frac{7}{14}$.

Сформулируйте вывод о сравнении двух чисел как их отношение.

Проверьте себя.

1) Отношение $14 : 7$, или $\frac{14}{7}$, показывает, что длина отрезка AB в 2 раза больше длины отрезка CD , так как $\frac{14}{7} = 2$.

2) Отношение $7 : 14$, или $\frac{7}{14}$, показывает, что длина отрезка CD составляет $\frac{1}{2}$ часть от длины отрезка AB , так как $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$.

Отношение двух чисел показывает, во сколько раз первое число больше второго, или какую часть первое число составляет от второго.

Если члены данного отношения переставить местами, то получившееся отношение называют *обратным* для данного отношения.

Отношения $\frac{b}{a}$ и $\frac{a}{b}$ – взаимно обратные;

Например, отношения $\frac{3}{2}$ и $\frac{2}{3}$ – взаимно обратные.

Так как отношение – это частное, то выполняется основное свойство частного и для отношения.

Отношение не изменится, если оба члена отношения умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля.

Например, $10 : 12 = 5 : 6$. Значит, отношение $10 : 12$ можно заменить отношением $5 : 6$.

Чтобы найти отношение одноименных величин, необходимо выразить их в одной и той же единице измерения.

Например, найдем отношение 75 см к 1 м. $75 \text{ см} = 0,75 \text{ м}$. $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$. $75 : 100 = \frac{3}{4}$ или $0,75 : 1 = \frac{3}{4}$.

Отношение одноименных величин – число, а отношение разноименных величин – это новая величина.

Например, отношение пути ко времени – это скорость.

Если $s = 80 \text{ км}$, $t = 5 \text{ ч}$, то $v = \frac{80}{5} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 16 \text{ км/ч}$; $v = 16 \text{ км/ч}$.



1. Что называют отношением двух чисел?
2. Как найти отношение, обратное данному?
3. Сформулируйте основное свойство отношения.

1. Прочитайте отношение:

- 1) $9 : 2$; 2) $\frac{7}{4}$; 3) $10 : 3$; 4) $\frac{5}{6}$; 5) $2\frac{1}{3} : 5$.

A

2. Запишите отношение:

- 1) 8 к 5; 3) 0,6 к 2; 5) 0,25 к 5;
 2) 15 к 7; 4) 1,4 к 7; 6) 0,8 к 0,5.

3. Найдите отношение:

- 1) 18 : 6; 3) 9 : 5; 5) 133 : 19; 7) 78 : 3;
 2) $\frac{51}{3}$; 4) $\frac{96}{8}$; 6) $\frac{245}{35}$; 8) $\frac{121}{11}$.

4. Сократите отношение:

- 1) $\frac{24}{15}$; 3) $\frac{99}{12}$; 5) $\frac{125}{75}$; 7) $\frac{16}{60}$;
 2) 21 : 49; 4) 80 : 15; 6) 42 : 45; 8) 126 : 27.

5. Напишите отношения, обратные данным:

- 1) 7 : 5; 3) 9 : 4; 5) 17 : 5; 7) 12 : 11;
 2) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{11}{8}$; 6) $\frac{3}{2}$; 8) $\frac{36}{13}$.

6. 1) Отношение двух чисел равно 3, а последующий член равен 7. Найдите предыдущий член отношения.

2) Отношение двух чисел равно 2, а предыдущий член равен 8. Найдите последующий член отношения.

7. Скорость полета ласточки 18 м/с, а беркута 36 м/с.

1) На сколько метров в секунду скорость беркута больше, чем скорость ласточки?

2) Во сколько раз скорость беркута больше, чем скорость ласточки?

3) Какую часть от скорости беркута составляет скорость ласточки?

8. Отношение количества красных карандашей в коробке к количеству синих равно 5 : 3. Какое из следующих отношений означает отношение количества синих карандашей к количеству красных?

- A. $\frac{8}{5}$; B. $\frac{3}{5}$; C. $\frac{8}{3}$; D. $\frac{3}{8}$.

В

9. Прочитайте формулу, применяя понятие об отношениях:

$$v = \frac{s}{t}; \quad t = \frac{s}{v}; \quad a = \frac{S}{b}; \quad b = \frac{S}{a}; \quad n = \frac{C}{a}.$$

10. Вычислите:

1) Поезд прошел расстояние 255 км за 3 часа. Составьте отношение для нахождения скорости поезда.

2) Принтер за 12 мин напечатал 108 страниц. Составьте отношение для нахождения производительности принтера.

3) За 4 кг конфет заплатили 1500 тг. Составьте отношение для нахождения цены 1 кг конфет.

11. Отношение двух чисел равно 1,8, а члены отношения равны 5 и 9. Какой из этих членов предыдущий и какой – последующий?

12. Как изменится отношение, если:

1) предыдущий член увеличить в 3 раза;

2) последующий член уменьшить в 2 раза;

3) предыдущий член уменьшить в 2,5 раза;

4) последующий член увеличить в 1,2 раза?

13. Вычислите отношение величин:

1) $\frac{500 \text{ кг}}{2 \text{ т}}$; 3) $\frac{75 \text{ см}}{6 \text{ дм}}$; 5) $\frac{12 \text{ мин}}{1 \text{ ч}}$;

2) $\frac{3 \text{ ц}}{750 \text{ кг}}$; 4) $\frac{56 \text{ дм}}{16 \text{ дм}}$; 6) $\frac{30 \text{ мин}}{2 \text{ ч}}$.

14. Замените отношение дробных чисел равным ему отношением натуральных чисел:

1) $\frac{2}{5} : \frac{1}{3}$; 3) $\frac{5}{6} : \frac{3}{8}$; 5) $1 \frac{5}{12} : \frac{2}{15}$;

2) $\frac{4}{7} : \frac{1}{2}$; 4) $3 \frac{1}{9} : 2 \frac{1}{6}$; 6) $\frac{1}{8} : 1 \frac{7}{12}$.

Образец. Способ 1. $\frac{3}{5} : \frac{6}{7} = \frac{1\cancel{3} \cdot 7}{5 \cdot \cancel{6}_2} = \frac{7}{10} = 7 : 10$;

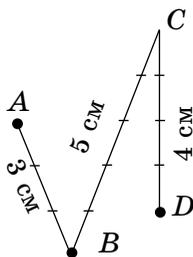
Способ 2. $\left(\frac{3}{5} \cdot 35\right) : \left(\frac{6}{7} \cdot 35\right) = 21 : 30 = 7 : 10$; $\frac{3}{5} : \frac{6}{7} = 7 : 10$.

15. Когда ученик прочитал 60 страниц книги, ему осталось прочитать еще 15 страниц.
- 1) Во сколько раз число прочитанных страниц книги больше числа непрочитанных?
 - 2) Какую часть составляет число непрочитанных страниц книги от числа прочитанных?
 - 3) Какую часть составляет число прочитанных страниц книги от числа всех ее страниц?
 - 4) Какую часть составляет число непрочитанных страниц книги от числа всех ее страниц?

С

16. Сформулируйте данное утверждение иначе, используя слово «отношение»:
1. Каждый третий попугай зеленый.
 2. Каждый двенадцатый цветок в цветнике – роза.
 3. Каждый пятнадцатый мальчик рыжий.
 4. Каждая двадцатая птица в лесу – дятел.

17.



Составьте все возможные отношения длины звеньев ломаной, изображенной на рисунке 1.2.

Рис. 1.2

18. В классе 15 мальчиков и 18 девочек. Что означает каждое из этих отношений?
- 1) $\frac{15}{18}$; 2) $\frac{18}{15}$; 3) $\frac{15}{15+18}$; 4) $\frac{18}{15+18}$.
19. 1) Начертите в тетради прямоугольник, длины сторон которого относятся как:
- А. 2 : 3; В. 7 : 4; С. 5 : 5.
- В каком из этих случаев прямоугольник является квадратом?
- 2) Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как:
- А. 5 : 4 : 3; В. 6 : 5 : 3; С. 7 : 7 : 7.
- В каком из этих случаев прямоугольный параллелепипед является кубом?

20. 1) Отношение двух чисел равно $5 : 12$. Предыдущий член отношения заменили числом 30. Каким числом должен быть последующий член отношения, чтобы получить отношение, равное данному?

2) Отношение двух чисел равно $5 : 8$. Последующий член отношения заменили числом 56. Каким числом должен быть предыдущий член отношения, чтобы получить отношение, равное данному?

21. Одинаковые по виду детали были разложены в 7 коробок с одинаковым количеством деталей. В 6 коробках находятся детали массой по 110 г, а в одной коробке масса каждой детали 109 г. Как найти при одном взвешивании, пользуясь весами со стрелкой, в какой коробке находятся детали массой 109 г каждая?

22. Ширина улицы 50 м. Отношение длины улицы к ее ширине равно 200. Сколько километров составляет длина улицы?

23. Периметр прямоугольника 32 см. Длина его относится к ширине как $5 : 3$. Найдите площадь прямоугольника.

24*. В составе сплава отношение массы меди к массе олова равно 1,4. Меди в сплаве 420 г. Сколько граммов олова содержится в составе сплава?

25*. В первой коробке 18 карандашей, из них 12 синего цвета. Во второй коробке 12 карандашей, из них 9 синего цвета. В третьей коробке 24 карандаша, из них 20 синего цвета. Если из каждой коробки, не глядя, вынимают один карандаш, то в каком случае больше вероятности вынуть синий карандаш?

 26. Протяженность реки Ертис по территории Казахстана 1700 км. Используя источники ИКТ, запишите общую протяженность реки Ертис (с округлением до десятков).
Какая часть реки Ертис протекает по территории Казахстана?

Ключевые факты.

Частное чисел a и b называют отношением чисел a и b .

Пишут: $a : b$, или $\frac{a}{b}$.

1. Если $a > b$ —
 2. Если $a < b$ —
- , то отношение $a : b$ показывает,
- во сколько раз a больше b .
- какую часть a составляет от b .

Например,

1) $\frac{18}{6} = 3$. Отношение числа 18 к числу 6 равно 3 и показывает, что число 18 больше, чем число 6, в 3 раза.

2) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$. Отношение числа 6 к числу 18 равно $\frac{1}{3}$ и показывает, что число 6 составляет $\frac{1}{3}$ часть от числа 18.

▲ 20. 1) 72. 22. 10 км. 23. 60 см². 24. 300 г. 26. $\frac{2}{5}$.

1.2. Задачи на деление в данном отношении

Задача 1. Когда мастер изготавливает 18 колец, его ученик за то же время делает 12 колец. Мастер и его ученик, работая вместе, изготовили 180 колец. Сколько колец сделал мастер? Сколько колец сделал его ученик?

Способ 1.

Решение. Число колец, изготовленных мастером и его учеником, относится как 18 : 12, или 3 : 2. Значит, число всех колец соответствует 5 частям. Из них 3 части изготовил мастер, а 2 части — ученик. На каждую часть приходится по 36 колец, так как $180 : 5 = 36$. Следовательно, мастер изготовил $36 \cdot 3 = 108$ колец, а его ученик — $36 \cdot 2 = 72$ кольца.

Способ 2.

Всего (колец)	Отношение	Изготовили		На каждую часть колец	Число колец	
		мастер	ученик		мастер	ученик
180	18 : 12, или 3 : 2	мастер	3	$180 : (3 + 2) = 36$	мастер	$36 \cdot 3 = 108$
		ученик	2		ученик	$36 \cdot 2 = 72$

Ответ: 108 колец, 72 кольца.

Задача 2. Имеется 350 г раствора. В нем отношение массы соли к массе воды равно 2 : 5. Сколько граммов соли и сколько граммов воды в данном растворе?

Решение. 1) Сколько всего частей по массе содержится в растворе?
 $2 + 5 = 7$ (частей по массе).

2) Сколько граммов раствора соответствует одной части? $350 : 7 = 50$ (г).

3) Сколько граммов соли в растворе? $50 \cdot 2 = 100$ (г).

4) Сколько граммов воды в растворе? $50 \cdot 5 = 250$ (г).

О т в е т: 100 г, 250 г.

Для того чтобы разделить число в данном отношении, надо:

1) делить данное число на сумму членов отношения: $\frac{350}{2+5}$;

2) полученное частное последовательно умножить на каждый член отношения:

x – масса соли в растворе,

y – масса воды в растворе.

$$x = \frac{350}{2+5} \cdot 2 = 100; \quad y = \frac{350}{2+5} \cdot 5 = 250.$$

А

27. Масса сплава из меди и олова 720 г. Отношение массы меди к массе олова равно $7 : 5$. Сколько граммов меди и сколько граммов олова содержится в сплаве?
28. Отношение массы золота и серебра в сплаве равно $5 : 3$.
1) Сколько граммов золота содержится в сплаве массой 16 г?
2) Сколько граммов серебра содержится в сплаве массой 56 г?
29. Луч OD , проведенный из вершины развернутого угла AOB , делит его на углы AOD и BOD , отношение градусных мер которых равно $5 : 4$. Найдите градусную меру углов AOD и DOB .
30. Два предпринимателя реализуют бизнес-проект. Для его выполнения первый предприниматель вложил 17 млн тг, а второй – 18 млн тг. В результате выполнения проекта они получили прибыль 10,5 млн тг. Какая сумма прибыли полагается каждому предпринимателю в отдельности?

В

31. Периметр прямоугольника равен 42 см. Отношение его длины к ширине равно $4 : 3$. Найдите площадь прямоугольника.
- А. 115 см²; В. 110 см²; С. 108 см²; D. 120 см².

32. В сиропе отношение массы воды к массе сахара равно $17 : 3$. Масса воды в растворе на 280 г больше массы сахара. Какова масса сиропа?
33. Два числа относятся как $8 : 5$. Найдите эти числа, если:
 1) их сумма равна 39 ;
 2) их разность равна $1,5$.

34. Длина прямоугольника $ABCD$ равна 15 см, а ширина 8 см (рис. 1.3). Площадь треугольника ABE относится к площади треугольника BCE как $2 : 3$. Найдите площади треугольников ABE и BCE .

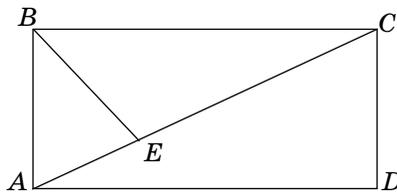


Рис. 1.3.

35. Отношение собственной скорости теплохода к скорости течения реки равно $10 : 1$. Собственная скорость теплохода на $24,3$ км/ч больше скорости течения. Какое расстояние проплывает теплоход за 3 ч по течению реки?
36. Оператор набирал рукопись на компьютере три дня. В первый день он набрал 30% всей рукописи. Отношение количества страниц, набранных им во второй день, к количеству страниц, набранных в третий день, равно $5 : 2$. Во второй день оператор набрал на 27 страниц больше, чем в третий день. Сколько всего страниц в рукописи?

37. Решите уравнение:

$$1) \frac{1}{x} + \frac{1}{1\frac{2}{3}x} = \frac{2}{5}; \quad 2) \frac{3}{1\frac{1}{5}x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}; \quad 3) \frac{4}{1\frac{1}{3}x} + \frac{1}{2x} = 0,7.$$

Выберите ответы:

- A. 2; B. 5; C. 3; D. 4.

С

38. Елдос задумал четыре числа, отношение которых равно $2 : 3 : 5 : 8$. Сумма первого и третьего чисел равна 84 . Какие числа задумал Елдос?
39. В крестьянском хозяйстве 20% площади земельных угодий выделили под пастбища. На оставшейся площади посеяли пшеницу и овощи. Отношение площади, засеянной пшеницей, к площади, за-

сеянной овощами, равно $5 : 3$. Площадь, засеянная овощами, на 14 га меньше, чем площадь, засеянная пшеницей. Какую площадь занимают земельные угодья крестьянского хозяйства?

40. Велотуристы к намеченному пункту доехали за три дня. Отношение пути, пройденного за каждый день, равно $6 : 5,6 : 4,4$. В первый день туристы проехали на 64 км больше, чем в третий. Сколько километров туристы проехали до намеченного пункта?

41*. Периметр треугольника равен 51 см. Отношение длины первой стороны к длине второй равно $1 : 2$. Отношение длины второй стороны к длине третьей равно $3 : 4$. Найдите длины сторон треугольника.

Примечание. Длина второй стороны треугольника в первом отношении содержит две части, а во втором – три части. Нужно выразить длину второй стороны одинаковым числом частей. Для этого надо:

1) найти наименьшее общее кратное чисел 2 и 3, НОК (2; 3) = 6;

2) $6 : 2 = 3$, поэтому все члены первого отношения умножаем на 3.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} = 3 : 6;$$

3) $6 : 3 = 2$, поэтому все члены второго отношения умножаем на 2.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8} = 6 : 8.$$

Данные отношения $1 : 2$ и $3 : 4$ заменяем равными отношениями $3 : 6$ и $6 : 8$. Иначе говоря, длины трех сторон треугольника относятся как $3 : 6 : 8$.

42*. В три магазина завезли овощи. Отношение количества овощей, завезенных в первый магазин, к количеству овощей, завезенных во второй, равно $2 : 3$. Отношение количества овощей, завезенных во второй магазин, к количеству овощей, завезенных в третий, равно $5 : 7$. В первый магазин овощей завезли на 770 кг меньше, чем в третий. Сколько всего тонн овощей завезли в три магазина?

43*. Шолпан, Дина и Жанат собрали 177 яблок. Когда Шолпан разложила свои яблоки в кучки по 3 яблока в каждой, а Дина – по 4 яблока в каждой, то кучек получилось поровну. Когда Дина разложила свои яблоки в кучки по 5 яблок, а Жанат – по 6 яблок, то кучек

получилось тоже поровну. Сколько яблок собрала каждая девочка в отдельности?

44. Масса арбуза, дыни и тыквы вместе 19 кг. Арбуз тяжелее дыни на 4 кг. Отношение массы дыни к массе тыквы равно 2 : 1. Найдите массу: арбуза; дыни; тыквы.
45. В городе на ремонте дороги длиной 164 км работали три бригады рабочих. 4 дня работала первая бригада из 7 рабочих. 5 дней – вторая бригада из 6 рабочих, и 3 дня – третья бригада из 8 рабочих. Сколько километров дороги отремонтировала каждая бригада при условии одинаковой производительности?
46. Вычислите:

$$1) \frac{6,6 \cdot 1,6 : 1,32}{6 \frac{2}{11} \cdot 5,5 : 17}; \quad 2) \frac{\left(11,1 : 3 - 2 \frac{1}{6}\right) : 1 \frac{2}{21}}{\left(3 \frac{5}{6} + 1,5\right) \cdot \frac{3}{4}}.$$



30. 5,1 млн тг; 5,4 млн тг. 32. 400 г. 33. 2) 4 и 2,5. 34. 24 см²; 36 см². 35. 89,1 км. 36. 90 стр. 39. 70 га. 40. 640 км. 41. 9 см; 18 см; 24 см. 42. 3,22 т. 43. 45 яблок; 60 яблок; 72 яблока. 44. 10 кг; 6 кг; 3 кг. 45. 56 км; 60 км; 48 км. 46. 1) 4; 2) 0,35.



Задача.

В швейной мастерской из 230 метров ткани на пошив платьев израсходовали 138 метров. Сколько процентов ткани израсходовали на пошив платьев?

Продолжите решение задачи, заполнив пустые места.

Решение:

1) $230 : 100 = \bigcirc$ (м) – 1% от 230 метров.

2) $138 : \bigcirc = \square\%$ – 138 метров составляют $\square\%$ от 230 метров.

Решение задачи записывается так:

$$138 : \frac{230}{100} = \frac{138}{230} \cdot 100 = 60\%, \text{ или } \frac{138}{230} \cdot 100 = 60\%.$$

1.3. Процентное отношение двух чисел

Цена товара, производительность труда, количество вещества в растворе, состав сплава, всхожесть семян и т. п. – величины изменяющиеся. В таких случаях надо найти, сколько процентов составляет последнее значение величины от ее первоначального значения, то есть найти их процентное отношение.

Процентное отношение двух чисел показывает, сколько процентов составляет первое число от второго.

Процентное отношение двух чисел выражается в процентах.

Чтобы выразить отношение в процентах, нужно отношение умножить на 100 и к полученному произведению приписать знак процента (%).

Например, найдем процентное отношение числа 2,7 к числу 9.

$$\frac{2,7}{9} \cdot 100\% = 0,3 \cdot 100\% = 30\%.$$

Значит, число 2,7 составляет 30% от числа 9.

Задача 1. В 600 кг магнитном железняке содержится 420 кг железа. Сколько процентов железа в магнитном железняке?

Решение.

Ответьте на вопросы:

1. Какую часть составляет число 420 от числа 600?
2. Сколько процентов железа в магнитном железняке?

Сформулируйте вывод о том, как найти процентное отношение двух чисел.

Проверьте себя.

1. $\frac{420}{600} = 0,7$.

Число 420 составляет 0,7 часть от числа 600.

2. $\frac{420}{600} \cdot 100\% = 70\%$

70% железа в магнитном железняке.

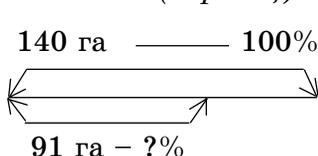
О т в е т: 70%.

Чтобы найти процентное отношение числа b к числу a , надо вычислить отношение $\frac{b}{a}$ и выразить его в процентах.

$$P\% = \frac{b}{a} \cdot 100\%$$

Задача 2. Площадь поля равна 140 га, из них на 91 га посадили картофель. Сколько процентов поля занимает картофель?

Решение (образец):



Найдем процентное отношение числа 91 к числу 140.

$$\frac{91}{140} \cdot 100\% = 65\%.$$

Ответ: 65% площади поля занимает картофель.

Научимся находить процентное отношение двух чисел с помощью микрокалькулятора.

Например, чтобы найти, сколько процентов составляет число 30 от числа 75, надо нажать на клавиши:

3 0 ÷ 7 5 %

На индикаторе (экране) высветится число 40.

Значит, $\frac{30}{75} \cdot 100 = 40\%$. Число 30 составляет 40% от числа 75.



1. Как найти процентное отношение двух чисел?
2. Что показывает процентное отношение первого числа от второго?

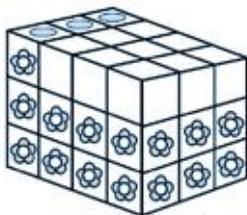
А

47. Найдите процентное отношение чисел:

- | | | |
|------------|-------------|------------|
| 1) 5 к 20; | 2) 12 к 80; | 3) 9 к 20; |
| 9 к 30; | 15 к 75; | 3 к 20; |
| 7 к 3,5; | 8 к 3,2; | 1,6 к 5. |

48. Сколько процентов составляет число закрашенных коробок от числа всех коробок, изображенных на рисунке 1.4?

а)



б)

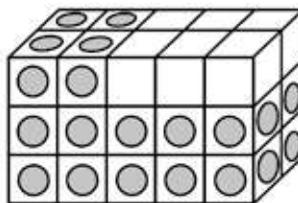


Рис. 1.4

49. 1) В 250 кг сахарной свеклы содержится 45 кг сахара. Сколько процентов составляет содержание сахара в свекле?
- 2) После сушки 50 кг свежего чернослива получили 18 кг сушеного. Сколько процентов составляет масса сушеного чернослива от массы свежего?
- 3) В 450 кг руды содержится 67,5 кг меди. Сколько процентов меди содержится в руде?

50. 1) Весной школьники посадили 120 семян капусты. Из них проросло 90. Каков процент всхожести семян?
 2) Из посаженных 150 семян помидоров проросло 120. Каков процент всхожести семян?

$$\text{Всхожесть семян} = \frac{\text{количество проросших семян}}{\text{количество посеянных семян}} \cdot 100\%.$$

51. 1) В 700 г спиртового раствора йода содержится 119 г йода. Какова концентрация йода в растворе?
 2) В 200 г раствора соленой воды содержится 56 г соли. Какова концентрация соли в растворе?

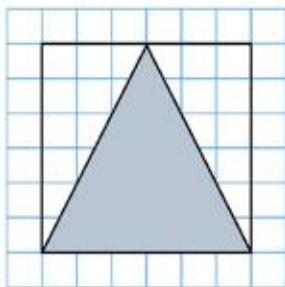
$$\text{Концентрация раствора} = \frac{\text{масса растворенного вещества}}{\text{масса раствора}} \cdot 100\%.$$

52. Клиент положил на счет в банке 2 000 000 тг и через год получил 2 180 000 тг. Найдите годовой процентный прирост суммы денег, положенной на счет.
 А. 8%; В. 10%; С. 9%; D. 7%.

В

53. Найдите процентное отношение площади треугольника к площади квадрата (рис. 1.5).

1)



2)

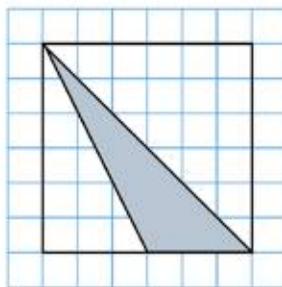


Рис. 1.5

54. Сколько процентов составляет:
 1) 5 кг от 100 кг; 4) 2,8 км от 7 км;
 2) 6 т от 30 т; 5) 1,2 м от 6 м;
 3) 4,5 г от 30 г; 6) 9,6 м от 24 м?

55. 1) До снижения цены товар стоил 1200 тг, после снижения он стал стоить 1020 тг. На сколько процентов снизилась цена товара?
 2) Вначале цена изделия составляла 1500 тг, после подорожания – 1710 тг. На сколько процентов повысилась цена изделия?
56. Вычислите, сколько процентов составляет число b от числа a . Заполните таблицу.

b	8	12	5,6	$6\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$2\frac{2}{5}$
a	32	7,5	7	26	7,5	4
$P\%$						

57. В растворе пищевой соды отношение массы соды к массе воды равно 2 : 23. Какова концентрация раствора?
 А. 7%; В. 10%; С. 8%; D. 5%.
58. Токарь наметил изготовить 300 деталей за неделю, но он изготовил на 60 деталей больше. На сколько процентов токарь перевыполнил намеченный план?
59. На заводах A и B изготавливают пылесосы. При проверке оказалось, что 18 из 450 пылесосов, изготовленных на заводе A , и 13 из 650 пылесосов, изготовленных на заводе B , имеют брак. На каком заводе качество продукции выше? На сколько процентов?
60. В 700 г раствора соленой воды содержится 574 г чистой воды.
 ● Сколько граммов соли в данном растворе?
 ● Какова концентрация соли в растворе?
61. 1) В сахарный сироп массой 200 г с концентрацией 30% сахара налили 100 г чистой воды. Какова концентрация сахара в полученном растворе?
 2) В сплаве массой 800 г содержится 60% цинка. В сплав добавили 200 г цинка и вновь переплавили. Сколько процентов цинка содержится в новом сплаве?

С



Рис. 1.6

62. Сколько процентов составляет закрашенная часть фигуры (рис. 1.6)?

63. Отношение чисел a и b равно $0,3$, а отношение чисел b и c равно $0,4$. Сколько процентов составляет число a от числа c ?
64. В банк на депозит положили $12\,000\,000$ тг, а через год на счету оказалось на $960\,000$ тг больше. Сколько процентов годовых начислял банк по этому депозиту?
65. Смешали 900 г сиропа, содержащего 180 г сахара, с 600 г сиропа, содержащего 90 г сахара. Какова концентрация сахара в полученном растворе?
- 66*. Масса 30% -ного раствора пищевой соды равна 700 г. Сколько граммов воды нужно долить, чтобы получить 20% -ный раствор?
67. 1) Смешали два солевых раствора. Масса первого 600 г, концентрация соли в нем составляет 15% . Масса второго 240 г, концентрация соли в нем составляет 50% . Найдите концентрацию смеси.
1. Сколько граммов соли содержится в первом растворе?
 2. Сколько граммов соли содержится во втором растворе?
 3. Сколько граммов соли содержится в двух растворах?
 4. Какова масса смеси двух растворов?
 5. Сколько процентов соли в смеси?
- 2) Смешали два раствора. Масса первого раствора 800 г, концентрация соли в нем 40% . Масса второго раствора $1,2$ кг, концентрация соли в нем 15% . Найдите концентрацию смеси.
- A. 27% ; B. 25% ; C. 28% ; D. 30% .**
68. Смешали 3 кг сметаны 25% -ной жирности и 1 кг сметаны 45% -ной жирности. Определите процент жирности полученной сметаны.
- 69*. Для компота купили яблоки, груши и сливы в отношении $12 : 5 : 3$. Сколько процентов всех купленных фруктов составляют яблоки, груши и сливы в отдельности?
-  70. Площадь суши земной поверхности приблизительно равна 150 млн. км². Используя источники ИКТ, запишите площадь поверхности Земли. Вычислите, какой процент площади поверхности Земли занимает суша. Ответ округлите до целых.

Ключевые факты.

Чтобы найти процент числа b от числа a , надо вычислить отношение b к a и выразить его в процентах.

$$(b : a) \cdot 100\%, \text{ или } \frac{b}{a} \cdot 100\%.$$

Задача. В 160 г воды растворили 40 г сахара.
Какова концентрация сахара в растворе?

Решение. 1) Какова вся масса сахарного раствора?

$$160 + 40 = 200 \text{ (г)}.$$

2) Какова концентрация сахара в растворе?

$$\frac{40}{200} = 0,2 \cdot 100\% = 20\%.$$

О т в е т: 20%.

Процентное содержание вещества в растворе называют концентацией.

▲ **53.** 2) 25%. **55.** 1) Снизилась на 15%. **60.** Концентрация раствора 18%. **61.** 1) 20%; 2) 68%. **63.** Число a составляет 12% от числа c . **64.** 8%. **65.** 18%. **66.** 350 г. **67.** 1) 25%. **68.** 30% жирности. **69.** 60% яблок; 25% груш; 15% слив. **70.** 29%.



Среди нижеперечисленных отношений найдите равные отношения. Запишите их с помощью знака равенства:

$$\frac{28}{7}; \quad \frac{12}{4}; \quad \frac{12}{3}; \quad \frac{4}{32}; \quad \frac{30}{10}; \quad \frac{8}{16}; \quad \frac{6}{48}; \quad \frac{45}{90}.$$

1.4. Пропорция. Основное свойство пропорции

I. Пропорция.



Задание 1. Из следующих отношений выберите равные отношения и составьте равенства:

$$24 : 6; \quad 9 : 30; \quad 5 : 40; \quad 60 : 15; \quad 10 : 80; \quad 27 : 90.$$

Проверьте себя.

$$24 : 6 = 60 : 15; \quad 9 : 30 = 27 : 90; \quad 5 : 40 = 10 : 80.$$

Такие *верные равенства двух отношений называют пропорцией.*

Например, равенство $\frac{5}{15} = \frac{7}{21}$ – пропорция, так как $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; $\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$.

Если отношение $\frac{a}{b}$ равно отношению $\frac{c}{d}$, то равенство $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (где $a \neq 0$; $b \neq 0$; $c \neq 0$; $d \neq 0$) называют пропорцией.

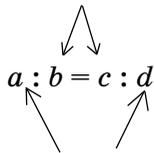
Пропорцию можно записать и так:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Читают так: «Отношение a к b равно отношению c к d », или « a так относится к b , как c относится к d ».

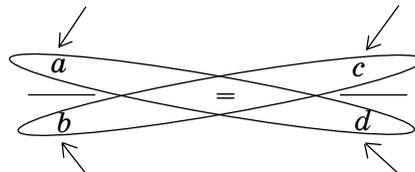
В пропорции $a : b = c : d$ числа a и d называют *крайними членами*, а числа b и c – *средними членами пропорции*.

средние члены



крайние члены

крайний член



средний член

средний член

крайний член

Например, в пропорции $4,2 : 0,6 = 6,3 : 0,9$ числа $4,2$ и $0,9$ – крайние члены, а числа $0,6$ и $6,3$ – средние члены.

II. Основное свойство пропорции.

Задание 2. Даны пропорции:



1) $0,3 : 1,2 = 0,6 : 2,4$;

2) $\frac{4}{28} = \frac{10}{70}$.

- Найдите произведение крайних членов.
- Найдите произведение средних членов.
- Что вы заметили?

Проверьте себя.

а) $0,3 \cdot 2,4 = 0,72$;

б) $1,2 \cdot 0,6 = 0,72$;

в) $0,3 \cdot 2,4 = 1,2 \cdot 0,6$.

$4 \cdot 70 = 280$;

$28 \cdot 10 = 280$;

$4 \cdot 70 = 28 \cdot 10$.

Сформулируйте вывод.

В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов.

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Это основное свойство пропорции.

Пропорцией является только то равенство, для которого выполняется ее основное свойство.

Например: $\frac{2,8}{2} = \frac{7}{5}$ – пропорция, так как $2,8 \cdot 5 = 2 \cdot 7$.

Используя основное свойство пропорции, можно найти неизвестный член пропорции, если все остальные члены известны.

Пример 1.

$$\frac{5}{3,2} = \frac{x}{12,8};$$

Решение.

$$3,2x = 5 \cdot 12,8;$$

$$x = \frac{5 \cdot 12,8}{3,2};$$

$$x = 20.$$

Пример 2.

$$\frac{x}{4} = \frac{5,6}{8};$$

Решение.

$$8x = 4 \cdot 5,6;$$

$$x = \frac{4 \cdot 5,6}{8};$$

$$x = 2,8.$$

Задача. Длина 3 рулонов обоев равна 45 м. Чему равна длина 6 таких рулонов?

Решение. (Образец). Пусть x (м) – длина 6 рулонов.

Запишем условие задачи в виде таблицы:

3 рулона	—————	45 м;
6 рулонов	—————	x м.

Составим пропорцию $\frac{3}{6} = \frac{45}{x};$

$$x = \frac{6 \cdot 45}{3};$$
$$x = 90 \text{ (м)}.$$

О т в е т: 90 м.



1. Что называется пропорцией?
2. Сформулируйте основное свойство пропорции.
3. Как найти неизвестный средний член пропорции?
4. Как найти неизвестный крайний член пропорции?

71. 1) Как называются числа a и d в пропорции $a : b = c : d$?
2) Как называются числа x и y в пропорции $m : x = y : n$?

72. Проверьте, какие из равенств являются пропорциями (устно):

1) $8 : 2 = 0,4 : 1$; 3) $7 : 0,1 = 21 : 0,3$; 5) $42 : 6 = 1 : \frac{1}{7}$;
2) $\frac{1}{4} = \frac{0,2}{0,8}$; 4) $\frac{9}{2} = \frac{2,7}{0,6}$; 6) $\frac{5}{2} = \frac{0,5}{0,02}$?

A

73. Запишите пропорцию:

- 1) 16 так относится к 20, как 8 относится к 10;
2) отношение 4,2 к 6 равно отношению 1,4 к 2;
3) отношение 1,5 к 3,5 равно отношению 6 к 14;
4) $\frac{3}{4}$ так относится к 6, как $\frac{1}{2}$ относится к 4.

74. Составьте пропорции из отношений:

1) $\frac{32}{8}$; $\frac{7,5}{2,5}$; $\frac{2,5}{10}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{9}{3}$; $\frac{4,8}{1,2}$; $\frac{3}{12}$; $\frac{7}{42}$.
2) $14 : 21$; $15 : 10$; $18 : 24$; $20 : 35$;
 $8 : 14$; $27 : 18$; $36 : 54$; $6 : 8$.

Найдите неизвестный член пропорции (75, 76):

75. 1) $x : 20 = 2 : 5$; 3) $x : 18 = 2 : 3$; 5) $5 : 9 = 15 : x$;
2) $x : 18 = 7 : 9$; 4) $6 : x = 3 : 7$; 6) $12 : 7 = 60 : x$.

76. 1) $\frac{8}{14} = \frac{x}{35}$; 3) $\frac{4}{x} = \frac{6}{18}$; 5) $\frac{x}{10} = \frac{18}{60}$;
2) $\frac{7}{28} = \frac{x}{12}$; 4) $\frac{14}{10} = \frac{21}{x}$; 6) $\frac{45}{25} = \frac{18}{x}$.

77. Составьте пропорцию из данных чисел:

1) 6, 12, 4 и 8; 2) 3, 5, 15 и 25; 3) 10, 7, 49 и 70.

Из пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ можно получить новые (другие) пропорции.

Для этого надо:

1) переставить средние члены пропорции: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$;

2) переставить крайние члены пропорции: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$;

3) переставить одновременно и крайние, и средние члены пропорции

$\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$;

4) поменять местами первое и второе отношения.

$$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}; \quad \frac{b}{d} = \frac{a}{c}; \quad \frac{c}{a} = \frac{d}{b}; \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

Значит, из одной данной пропорции путем перестановки можно получить еще 7 пропорций, которые вместе с данной составляют 8 пропорций.

78. Из данной пропорции запишите новую, переставив:

1) крайние члены: а) $8 : 5 = 24 : 15$; б) $9 : 7 = 18 : 14$;

2) средние члены: а) $16 : 20 = 4 : 5$; б) $36 : 28 = 9 : 7$.

79. Решите задачу с использованием пропорции.

1) За 9 ч плот проплыл по реке 25,2 км. За сколько часов этот плот проплывет 36,4 км по этой же реке?

2) Поезд за 3,5 ч проехал расстояние 245 км. За сколько часов поезд, двигаясь с той же скоростью, проедет расстояние, равное 336 км?

3) В 28 кг картофеля содержится 5,6 кг крахмала. Сколько килограммов крахмала содержится в 35 кг картофеля?

В

80. К каждой тройке чисел найдите четвертое число, чтобы из них можно было составить верную пропорцию:

1) 8; 3; 24; 3) 9; 7; 28;

2) 100; 30; 48; 4) 3,5; 2,4; 4,2.

81. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x : \frac{8}{9} = 3 : 4$; 3) $12 : 7 = 9 : x$; 5) $4,5 : 3,6 = x : 4$;

2) $x : 2,8 = 5 : 7$; 4) $6,5 : 5,2 = x : 8$; 6) $15 : 4 = x : 1\frac{1}{3}$;

82. Используя основное свойство пропорции, составьте ее из множителей:

1) $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$; 3) $15 \cdot 6 = 10 \cdot 9$; 5) $16 \cdot 5 = 8 \cdot 10$;

2) $9 \cdot 4 = 12 \cdot 3$; 4) $35 \cdot 8 = 20 \cdot 14$; 6) $4 \cdot 3 = 2 \cdot 6$.

83. Найдите x в пропорциях:

1) $\frac{5}{6} = \frac{2x}{3}$; 3) $\frac{5x}{12} = \frac{2}{3}$; 5) $\frac{8}{9} = \frac{4x}{27}$;

2) $\frac{4}{9} = \frac{8x}{45}$; 4) $\frac{6}{7} = \frac{10x}{21}$; 6) $\frac{27}{5x} = \frac{9}{16}$.

Решите задачу, составив пропорцию (84–86).

84. Масса железного бруска длиной 3,5 м равна $8\frac{3}{4}$ кг. От него отрезали кусок длиной 2 м. Какова масса оставшейся части бруска?

85. После того, как тракторист вспахал 76% поля, ему осталось вспахать еще 6 га. Сколько всего гектаров поля должен был вспахать тракторист?

86. Рыбачья артель из 8 человек выловила 518,4 ц рыбы и перевыполнила план на 160%. На сколько центнеров перевыполнил план каждый рыбак этой артели?

А. 24,3 ц; В. 23,7 ц; С. 22,5 ц; D. 25 ц.

87. Имеются 5 внешне одинаковых монет. Одна из них фальшивая, которая легче, чем остальные. Как найти фальшивую монету с помощью не более двух взвешиваний на рычажных весах без гирь?



88. Решите уравнение:

1) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \cdot x = 3,75$; 2) $\left(\frac{3}{5} - 0,25\right) \cdot x = 4,9$;

$$3) \left(\frac{7}{8} - 0,2 \right) \cdot x = 8,1; \quad 4) \left(4 - 2\frac{3}{7} \right) \cdot x = 2\frac{5}{14}.$$

С

89. Найдите значения a и b , при которых пропорции будут верными:

$$1) \frac{b}{12} = \frac{2,4}{3} \text{ и } \frac{a}{b} = \frac{5}{6}; \quad 2) b : 0,5 = 8,4 : 3 \text{ и } a : 2\frac{1}{3} = b : 1\frac{1}{6}.$$

90. Найдите x в пропорциях:

$$1) \frac{2x+1}{1,3} = \frac{2,5}{0,65}; \quad 3) \frac{2,7}{9} = \frac{1\frac{1}{5}}{3x+1}; \quad 5) \frac{6}{1\frac{4}{5}} = \frac{3x+0,6}{2,88};$$

$$2) \frac{3,25}{4x-1,9} = \frac{13}{0,4}; \quad 4) \frac{1\frac{4}{5}}{2,5} = \frac{7,2}{6x+1}; \quad 6) \frac{\frac{3}{8}}{0,75} = \frac{0,6}{x-2,8}.$$

Решите задачу, составив пропорцию (91–97).

91. Мирас, уменьшив число 195 на 20%, нашел 75% от последнего числа. Какое число получил Мирас?

92. Из волокна массой 0,9 кг прядут ткань длиной 3 м и шириной 1,5 м. Какой длины получится ткань из такого же волокна массой 6,3 кг, если ширина ее 1,2 м?

А. 21,8 м; В. 24,5 м; С. 30,4 м; D. 26,25 м.

93. Рабочие за 3 дня построили мост длиной 360 м и шириной 10 м. Сколько метров моста шириной 12 м они построят за 8 дней?

94. Чтобы настелить пол в комнате, площадь которой равна 5 м^2 , израсходовали 15 м досок шириной $\frac{2}{5}$ м. Сколько метров досок шириной 0,25 м необходимо для настилки пола в комнате, площадью 8 м^2 ?

95*. На прядильной фабрике бригада из 8 рабочих за 6 дней выполнила $\frac{4}{9}$ всего задания. На сколько человек следует увеличить бригаду, чтобы оставшуюся часть задания выполнить за 5 дней?

96. Отношение скорости первого всадника к скорости второго равно $\frac{2}{5} : \frac{7}{20}$. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Найдите скорость первого всадника.
97. 4 комбайна за 1 день собрали урожай с 56 га земли. Со скольких гектаров земли соберут урожай 3 комбайна за 3 дня?
- 98*. Из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона. Писарь 15 листов может написать за 8 дней. Сколько понадобится писарей, чтобы написать 405 листов за 9 дней?
99. Выполните действия:

$$\frac{57,4 : 4 + 1\frac{1}{6} : 4\frac{2}{3} - \left(2,7 + 5\frac{1}{20}\right) \cdot 0,8}{2\frac{1}{15} - \left(1\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right)}$$

Ключевые факты.

I. Пропорция.

Равенство двух отношений называют пропорцией.

В общем виде пропорция записывается так:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

где $a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0; d \neq 0$.

Пример 1. Равенство $\frac{4,2}{1,4} = \frac{1,5}{0,5}$ является пропорцией.

Читают: «Отношение 4,2 к 1,4 равно отношению 1,5 к 0,5».

II. Основное свойство пропорции.

Произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов.

Пример 2.

Пропорция $9 : 1,5 = 21 : 3,5$ верна, так как $9 \cdot 3,5 = 1,5 \cdot 21$.



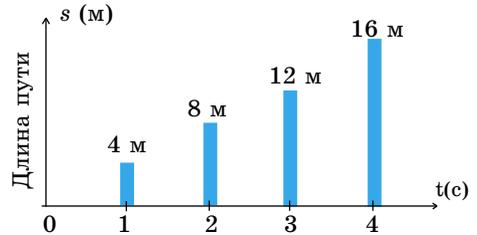
83. 2) 2,5; 5) 6; 6) 9,6. 84. 3,75 кг. 85. 25 га. 88. 1) 4,5; 2) 14; 3) 12; 4) 1,5. 89. 1) $a = 8$; 2) $a = 2,8$. 90. 1) 2; 2) 0,5; 3) 1; 4) 1,5; 5) 3; 6) 4. 91. Число 117. 93. 800 м. 94. 38,4 м. 95. На 4 рабочих. 96. 12 км/ч. 97. 126 га. 98. 24 писаря. 99. 42.



Ответьте по таблице.

Если при постоянной скорости 4 м/с время движения увеличивается, то как меняется длина пути?

Скорость, v м/с	4			
Время, t с	1	2	3	4
Путь, s м	4	8	12	16



1.5. Прямо пропорциональная зависимость



Задача. Длина прямоугольника равна 9 см.

Вычислите площадь прямоугольника по данным значениям его ширины. Заполните таблицу.

Прямоугольник	ширина (см)	1	2	3	4	5	6	7	8
	площадь (см ²)								

1. Запишите отношения, показывающие увеличение ширины в 3 раза, и отношения соответствующих им значений площади.
2. Сравните полученные отношения.
3. Как изменится площадь прямоугольника, если его ширину увеличить в 3 раза?

Проверьте себя.

1. $\frac{6}{2} = 3$; $\frac{54}{18} = 3$.

2. В результате сравнения получаются равные отношения, из которых можно составить пропорцию:

$$\frac{6}{2} = \frac{54}{18}.$$

3. При постоянном значении длины прямоугольника:

- 1) С увеличением ширины в несколько раз во столько же раз увеличивается его площадь.

Например, $\frac{4}{2} = 2$; $\frac{36}{18} = 2$. Значит, верна пропорция $\frac{4}{2} = \frac{36}{18}$.

2) С уменьшением ширины в несколько раз во столько же раз уменьшается его площадь.

Например, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $\frac{18}{72} = \frac{1}{4}$. Значит, верна пропорция $\frac{2}{8} = \frac{18}{72}$.

При постоянном значении длины *площадь прямоугольника прямо пропорционально зависит от его ширины*.

Две величины называют прямо пропорционально зависимыми, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

С помощью букв прямо пропорциональная зависимость записывается так:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2},$$

где x_1, x_2 – значения одной величины, y_1, y_2 – значения другой.

Если две величины прямо пропорционально зависимые, то отношения соответствующих значений этих величин равны.

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}.$$

Это свойство *прямо пропорциональной зависимости*, или просто *пропорциональности*, двух величин.

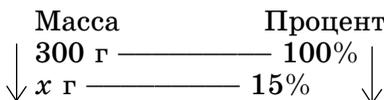
Примеры прямо пропорционально зависимых величин:

- количество товара и его стоимость при постоянной цене;
- время движения и пройденный путь при постоянной скорости;
- длина стороны квадрата и его периметр;
- объем вещества и его масса;
- время работы и ее объем при постоянной производительности;
- время горения электрической лампы и количество израсходованной электроэнергии.

Задачи на пропорциональные величины можно решать с помощью пропорций.

Задача. В сахарный сироп массой 300 г и концентрацией 15% сахара добавили 60 г воды. Какова концентрация полученного сиропа?

Решение. 1) Сколько граммов (x) сахара в сиропе с концентрацией 15%?



Условно обозначим прямую пропорциональность одинаково направленными стрелками.

$$\frac{300}{x} = \frac{100}{15}$$

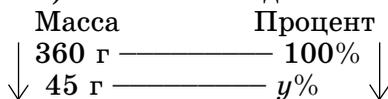
$$x = \frac{300 \cdot 15}{100};$$

$$x = 45 \text{ (г)}.$$

2) Какова масса полученного сиропа?

$$300 + 60 = 360 \text{ (г)}.$$

3) Какова последняя концентрация ($y\%$) сиропа?



$$\frac{360}{45} = \frac{100}{y}$$

$$y = \frac{45 \cdot 100}{360};$$

$$y = 12,5.$$

О т в е т: 12,5%.



1. Какая зависимость между двумя величинами называется прямой пропорциональностью?
2. Запишите прямо пропорциональную зависимость с помощью букв.
3. Приведите примеры прямо пропорциональных величин.

100. 1) Стоимость нескольких одинаковых тетрадей 120 тг.

Какова стоимость таких же тетрадей, если их:

а) в 3 раза больше; б) в 3 раза меньше?

2) За день несколько тракторов одинаковой мощности вспахали поле площадью 72 га. Какую площадь поля они вспашут, если количество тракторов станет:

а) в 2 раза больше; б) в 2 раза меньше?

A

101. Величины x и y прямо пропорциональны. Заполните таблицу:

x	3	4	6	8	9	12	15
y	12				36		

Решите задачу, составив пропорцию (102–108):

102. Минутная стрелка поворачивается за 9 минут на угол 54° .
1) За сколько времени повернется минутная стрелка на угол 42° ?
2) На какой угол повернется минутная стрелка за 15 мин?
103. Слиток серебра объемом 70 см^3 имеет массу 735 г.
1) Какова масса слитка серебра объемом 25 см^3 ?
2) Каков объем слитка серебра массой 420 г?
104. Поезд за 2 ч проехал расстояние 144 км.
1) Какое расстояние проедет поезд с той же скоростью за 5 ч?
2) За какое время поезд, двигаясь с той же скоростью, проедет расстояние, равное 504 км?
105. Для приготовления вишневого варенья нужно 2 части вишни и 3 части сахарного песка.
1) Сколько килограммов сахарного песка потребуется, если взяли 8 кг вишни?
2) Сколько килограммов вишни потребуется, если взяли 9 кг сахарного песка?
106. С 2 га поля собрали 700 ц сахарной свеклы.
1) Сколько тонн сахарной свеклы можно собрать с 7 га?
2) С поля какой площади можно собрать 280 т сахарной свеклы?
107. Ворона за 3 с пролетает 45 м.
1) Какое расстояние пролетит ворона с такой же скоростью за 8 с?
2) За какое время пролетит ворона с той же скоростью расстояние, равное 75 м?
108. Для детского сада купили 18 мячей за a тг.
1) Какова стоимость 27 мячей по той же цене?
2) Сколько мячей можно купить по той же цене на $3a$ тенге?
109. Найдите неизвестные члены пропорции:
1) $x : 20 = 6,2 : 31$; 3) $28 : 4 = 4,2 : x$;
2) $9,6 : x = 8,4 : 0,7$; 4) $9 : 5 = x : 4$.

В

Решите задачу, составив пропорцию (110–115):

110. Токарь за 5 месяцев выполнил 47,5% годового плана. Работая с той же производительностью, сколько процентов годового плана он выполнил за 12 месяцев?
А. 120%; В. 114%; С. 100%; D. 118%.

111. Даны два прямоугольника, имеющие одинаковую ширину. Длина первого 10,2 см, его площадь 51 см². Длина второго 6,8 см. Найдите его площадь.
112. Из золота и серебра отлит сплав. Отношение массы золота к массе серебра равно 3 : 5. Масса серебра на 12 г больше, чем масса золота. Сколько граммов составляет масса сплава? Сколько граммов золота в сплаве?
113. За одно и то же время велосипедист проехал 20 км, а мотоциклист – 52 км. Сколько километров проедет мотоциклист за то же время, за которое велосипедист проедет 25 км?
114. Из отреза ситца длиной 18 м и шириной 0,75 м сшили 15 наволочек. Какой длины нужен отрез ткани для пошива 22 таких наволочек, если его ширина 1,2 м?
115. В прямоугольном параллелепипеде высота 5 см, объем 105 см³. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, у которого при той же площади основания высота увеличена на 80%.
116. Решите следующие пропорции:
- 1) $1,4 : 2\frac{1}{3} = 0,2x : 3$; 3) $4,5x : 2,7 = 9 : 1,8$;
- 2) $2\frac{1}{7} : 2,5 = 8,4 : 7x$; 4) $7\frac{1}{3} : 1\frac{5}{6} = 0,6x : 0,75$.

С

Решите задачу, составив пропорцию (117–122):

117. На 3 станках с одинаковой производительностью за 3 минуты изготавливают 9 деталей. За сколько минут на таких же 6 станках будут изготовлены 24 детали?
118. Если 4 швеи за 15 дней сошьют 20 платьев, то сколько платьев сошьют 2 швеи за 9 дней?
119. В крестьянском хозяйстве 272 головы скота, причем на каждые 34 головы приходится 14 коров. Каждые 16 коров питаются травой с 25 га земли. Какова площадь пастбища, необходимого для обеспечения кормом всех коров в хозяйстве?

120. Чтобы огородить прямоугольный участок, длина которого в 2,5 раза больше ширины, нужно 105 столбов. Сколько нужно столбов, если длину участка увеличить в 1,4 раза, а ширину – в 1,2 раза?

121*. Рукопись набирали три оператора. Первый набрал 20% рукописи, остальное – второй и третий. Отношение количества страниц, набранных вторым оператором, к количеству страниц, набранных третьим, равно 2 : 3. Третий оператор набрал на 24 страницы больше, чем второй.

Сколько страниц в рукописи?

A. 120 стр.; B. 100 стр.; C. 150 стр.; D. 200 стр.

122*. Имеется раствор пищевой соды массой 150 г и концентрацией 40%. Сколько граммов воды надо добавить, чтобы концентрация раствора стала равной 15%?

123. Решите уравнение:

$$1) \frac{5,6}{3x+12} = \frac{0,4}{3};$$

$$3) \frac{3x+1,6}{2,4} = \frac{5}{1,2};$$

$$2) \frac{8,7}{15+4x} = \frac{0,5}{2};$$

$$4) \frac{5,4}{3} = \frac{0,9}{4,7x-4,2}.$$

124. Вычислите:

$$\left(\frac{4\frac{8}{9} - 1\frac{5}{6}}{\frac{2}{3} + \frac{5}{9}} : \frac{1\frac{1}{6} + 2,5}{3,8 - 2\frac{1}{3}} \right) \cdot \left(\frac{0,75 + \frac{5}{6} - \frac{3}{8}}{5\frac{1}{8} - 1\frac{1}{2}} \right) + \frac{2}{3}.$$

Ключевые факты.

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении одной из них в несколько раз другая увеличивается во столько же раз.

Например, алюминий объемом 45 см³ имеет массу 121,5 г, а объемом 15 см³ – массу 40,5 г.

Можно ли назвать зависимость массы алюминия от его объема прямо пропорциональной?

1. Составим отношение двух значений массы алюминия:

$$\frac{121,5}{40,5} = 3.$$

2. Составим отношение двух соответствующих значений объема алюминия:

$$\frac{45}{15} = 3.$$

3. В обоих случаях получим равные отношения, из которых можно составить пропорцию:

$$\frac{121,5}{40,5} = \frac{45}{15}.$$

Получим верную пропорцию.

Значит, масса алюминия прямо пропорционально зависит от его объема.

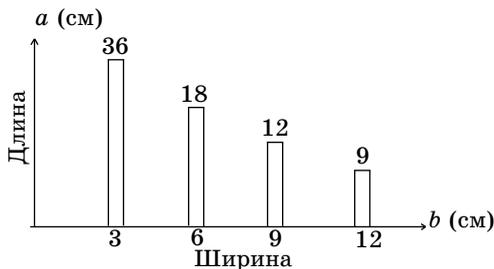


112. 1) Масса сплава 48 г. 2) Золота в сплаве 18 г. **113.** 65 км. **114.** 16,5 м. **115.** 189 см³. **116.** 1) 9; 2) 1,4; 3) 3; 4) 5. **117.** За 4 мин. **118.** 6 платьев. **119.** 175 га. **120.** 141 столб. **122.** 250 г. **123.** 1) 10; 2) 4,95; 3) 2,8; 4) 1. **124.** 1.



Как изменится ширина прямоугольника при одном и том же значении площади, если уменьшить его длину?

Площадь, S см ²	108			
Длина, a см	36	18	12	9
Ширина, b см	3	6	9	12



1.6. Обратна пропорциональная зависимость

Задача. Четверо рабочих выполняют задание за 120 ч. За сколько часов это же задание выполнят 8, 12, 16 рабочих?

Решение. 1) За сколько часов выполнит эту работу один рабочий?
 $4 \cdot 120 = 480$ (ч).

2) За сколько часов выполнят эту работу 8 рабочих? $480 : 8 = 60$ ч.

3) За сколько часов выполнят эту работу 12 рабочих? $480 : 12 = 40$ ч.

4) За сколько часов выполнят эту работу 16 рабочих? $480 : 16 = 30$ часов.

Запишем изменения величин в виде таблицы:

Количество рабочих	4	8	12	16
Время выполнения работы (ч)	120	60	40	30

Из таблицы видно, что:

$$\frac{16}{8} = 2; \quad \frac{30}{60} = \frac{1}{2}.$$

Значит, если количество рабочих, которые потребуются для выполнения данного задания, увеличится в несколько раз, то время выполнения задания уменьшится во столько же раз.

Чтобы записать отношения $\frac{16}{8}$ и $\frac{30}{60}$ в виде пропорции, надо отношение $\frac{30}{60}$ заменить его обратным отношением $\frac{60}{30}$.

Значит,

$$\frac{16}{8} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \frac{60}{30}; \text{ отсюда } \frac{16}{8} = \frac{60}{30} - \text{верная пропорция.}$$

Если $y_1 = 16$; $x_1 = 30$; $y_2 = 8$; $x_2 = 60$, то с помощью букв обратно пропорциональная зависимость записывается так:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}.$$

В данном случае при постоянном объеме работ количество рабочих и время выполнения работы – величины обратно пропорционально зависимые.

Две величины называют обратно пропорционально зависимыми, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Используя основное свойство пропорции, можно записать так:

$$y_1 \cdot x_1 = y_2 \cdot x_2.$$

Произведение соответствующих значений обратно пропорциональных величин – число постоянное.

Например, обратно пропорционально зависимые величины:

- длина и ширина прямоугольника при постоянной площади;
- цена и количество товара при постоянной стоимости;
- время и скорость при одинаковой длине пути;
- время работы и производительность при постоянном объеме работ.

127. Токарь, делая по 108 деталей в час, изготовил все детали за 5 часов. Если он будет делать по 60 деталей в час, то за сколько часов изготовит все детали?
128. Первая скважина заполняет водой резервуар за 30 мин, а вторая – за 50 мин. Из первой скважины за 1 мин поступает 250 л воды. Сколько литров воды поступает из второй скважины за 1 мин?

129. Два шкива соединены приводным ремнем (рис. 1.7). Длина окружности большего шкива 54 см, а меньшего – 36 см. Большой шкив делает 30 оборотов в минуту. Сколько оборотов в минуту делает меньший шкив?

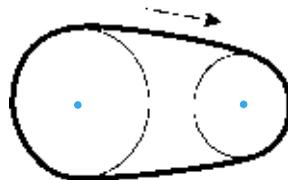


Рис. 1.7

130. Старинная задача. В жаркий день 6 косарей выпили бочонок кваса за 8 ч. Нужно узнать, сколько косарей за 3 ч выпьют такой же бочонок кваса.

131. Найдите неизвестный член пропорции:

А. $\frac{x}{5} = \frac{5,4}{3,6}$; В. $\frac{0,25}{x} = \frac{0,05}{9}$; О. $\frac{11,5}{6,9} = \frac{x}{27,6}$; Т. $\frac{1,2}{2} = \frac{x}{0,2}$;
 К. $\frac{0,9}{15} = \frac{0,3}{x}$; Р. $\frac{4,8}{x} = \frac{1,6}{7}$; Э. $\frac{x}{1,9} = \frac{66,5}{13,3}$.

9,5	5	45	7,5	0,12	46	21

Найдите значения неизвестных членов пропорции. В таблицу поставьте буквы, стоящие рядом с пропорциями. Вы прочтаете название самой большой параллели земного шара, которая равноудалена от Северного и Южного полюсов.

132. Решите уравнение:

1) $x - 1 = \frac{1}{1 - \frac{3}{5}}$; 2) $x - 2 = \frac{2}{4 - 1\frac{1}{2}}$; 3) $x - 3 = \frac{3}{2 + 1\frac{1}{3}}$.

В

133. Составьте задачу на зависимость между длиной и шириной прямоугольника площадью 36 см².

1) Какая величина постоянная?

2) Какая зависимость между длиной и шириной прямоугольника при постоянной площади? Составьте пропорцию.

134. Автобус, скорость которого 60 км/ч, проехал некоторое расстояние за 3,5 ч. За сколько часов автобус проедет такое же расстояние, если скорость увеличить на 10 км/ч?

A. 2,8 ч; **B.** 3 ч; **C.** 2,5 ч; **D.** 3,2 ч.

135. Крестьянским хозяйством заготовлено корма на 184 дня для 75 коров. На сколько дней хватит этого корма, если увеличить поголовье на 40 коров?

136. На стройке 30 рабочих должны выполнить задание за 6 дней. Чтобы выполнить задание досрочно, количество рабочих увеличили на 20%. На сколько дней раньше рабочие выполнят задание?

137*. Расстояние от пункта *A* до пункта *B* моторная лодка, плывя по течению реки, преодолевает за 2,5 ч, а против течения – за 3 ч. Скорость моторной лодки по течению реки равна 20,4 км/ч. Найдите скорость течения.

138. Выполните действия:

$$1) 1,8 \cdot \left(5,9 - 2 \frac{11}{20} \right) + \left(\frac{1}{2} + 0,28 \right) : 0,13;$$

$$2) (113,3 + 65,9) : 32 + (67,22 - 17,63) : 87.$$

С

Решите задачу, составив пропорцию (**139–144**):

139. Бауржан для своего аквариума купил 9 рыбок по цене 200 тенге. Сколько рыбок купит Бауржан на эту сумму, если цена одной рыбки будет снижена на 25%?

140*. Длина внешней окружности переднего колеса кареты равна 2,8 м, а заднего – 4,4 м. Какое расстояние проехала карета, если ее переднее колесо сделало на 200 оборотов больше, чем заднее?

141^o. Если расстояние между соседними столбами изгороди 4,2 м, то понадобится 77 столбов. Сколько нужно столбов, чтобы расстояние между соседними столбами было 3,8 м?

142*. Из пункта *A* в пункт *B* туристы проплыли на катере по течению реки, а обратно вернулись на теплоходе. Скорость течения

реки равна 2 км/ч, а собственная скорость теплохода – 26 км/ч. Отношение собственной скорости катера к собственной скорости теплохода равно 8 : 13. Путь из пункта А в пункт В на катере туристы проплыли за 3,6 ч. Сколько часов им потребовалось на обратный путь на теплоходе?

А. 2 ч; В. 2,7 ч; С. 2,4 ч; D. 3 ч.

143. По прямой посажено 6 деревьев, расстояние между соседними деревьями 4 м. От самого крайнего дерева на расстоянии 3 м и между вторым деревом находится колодец. Из него набирают воду и поливают деревья. Одним ведром поливают два дерева. Сколько метров надо пройти для того, чтобы полить все деревья и вернуться к колодцу?

144. Пришкольный участок огородили изгородью. Если расстояние между столбами будет 4 м, то не хватит 8 столбов. Заготовленных столбов хватит, если расстояние между столбами будет равно 5 м. Сколько столбов было заготовлено для изгороди?

145. Вычислите:

$$\frac{\left(0,9 - \frac{1}{3} + 0,75 - \frac{1}{15}\right) : \left(0,5 - \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{12}}{\left(\frac{5}{7} - 0,4 + \frac{11}{14}\right) : \left(\frac{2}{3} + 0,8 - \frac{7}{15}\right) : 2\frac{1}{5}}$$

Ключевые факты.

Две величины обратно пропорциональны, если при увеличении одной из них в несколько раз другая уменьшается во столько же раз.

Задача. Расстояние между двумя пунктами товарный поезд проехал за 2,8 ч со скоростью 60 км/ч. За сколько часов скорый поезд проедет это же расстояние, если его скорость будет равна 84 км/ч?

Решение. Пусть x – время, за которое проедет скорый поезд данное расстояние.

При одном и том же расстоянии время движения обратно пропорционально скорости движения.

По условию задачи составим пропорцию для обратно пропорциональной зависимости скорости и времени:

$$\frac{60}{84} = \frac{x}{2,8}.$$

Найдем неизвестный член пропорции.

$$x = \frac{60 \cdot 2,8}{84};$$

$$x = 2 \text{ (ч).}$$

Ответ: 2 ч.

▲ **129.** 45 оборотов. **130.** 16 косарей. **132.** 1) 3,5; 2) 2,8; 3) 3,9. **135.** На 120 дней. **136.** На один день раньше. **137.** 1,7 км/ч. **138.** 1) 12,03; 2) 6,17. **139.** 12 рыбок. **140.** 1,54 км. **141.** 85 столбов. **143.** 60 м. **144.** 32 столба. **145.** 18.

Научитесь!

Деление числа на части обратно пропорционально данным числам.

Чтобы разделить величину на части обратно пропорционально данным числам, нужно это число разделить прямо пропорционально числам, которые обратны данным.

Например, число 136 разделим на две части обратно пропорционально числам 3 и 5.

Значит, число 136 разделим на две части, прямо пропорционально числам $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$, то есть числам, обратным данным числам 3 и 5.

$$136 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) = 136 : \frac{8}{15} = \frac{136 \cdot 15}{8} = 255.$$

Пусть x_1 – число, соответствующее первой части, x_2 – число, соответствующее второй части.

$$x_1 = 255 \cdot \frac{1}{3} = 85; \quad x_2 = 255 \cdot \frac{1}{5} = 51,$$

$$\text{или } x_1 = \frac{136}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} \cdot \frac{1}{3} = 85; \quad x_2 = \frac{136}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} \cdot \frac{1}{5} = 51.$$

Ответ: Числа 85 и 51.

Задача 1.

1) Число 91 разделите на части, обратно пропорционально числам 5 и 8.

2) Число 143 разделите на части, обратно пропорционально числам 4 и 7.

3) Число 104 разделите на части, обратно пропорционально числам 2, 3, 4.

Задача 2. Расстояние между станциями 240 км. Пассажирский поезд этот путь проходит за 3 ч, а товарный – за 5 ч. С этих станций одновременно навстречу друг другу выехали пассажирский и товарный поезда и встретились на некотором расстоянии. Сколько километров проехал до встречи пассажирский поезд? товарный поезд?

- A. 165 км; 75 км; B. 150 км; 90 км;
C. 135 км; 105 км; D. 180 км; 60 км.

Задача 3. Дорогу длиной 21 км первая бригада рабочих ремонтирует за 8 дней, а вторая – за 6 дней. Сколько километров дороги отремонтируют первая и вторая бригады, работая совместно? (Производительность обеих бригад в день одинакова.)

- A. 9 км; 12 км; B. 7 км; 14 км;
C. 5 км; 16 км; D. 8 км; 13 км.

Задача 4. В селе 50 школьников, разбившись на две группы, помогли очистить два участка поля с одинаковой площадью от сорняков. Первая группа работала на первом участке 4 дня, вторая – на втором 6 дней. Сколько учеников было в первой группе? во второй группе?

Задача 5. Первый оператор выполняет данную работу за 3 ч, а второй – за 4 ч. Работая вместе, они набрали 63 страницы. Сколько страниц набрал первый оператор? Сколько страниц набрал второй оператор?

- A. 40 стр.; 23 стр.; B. 39 стр.; 24 стр.;
C. 36 стр.; 27 стр.; D. 38 стр.; 25 стр.

1.7. Решение задач на проценты способом пропорции

Задачи на проценты решаются двумя способами: с использованием правил решения задач на проценты и способом пропорции. Решение задач на проценты с использованием правил нахождения процентов нам известно.

Рассмотрим решение задач на проценты способом пропорции.

В задачах на проценты число a , выражающее количество некоторой величины, принимается за 100%, а число b соответствует $P\%$.

Чтобы решить задачи на проценты способом пропорции:

1. Надо записать краткое условие задачи:

$$\begin{array}{l} a \text{ ————— } 100\%; \\ b \text{ ————— } P\%. \end{array}$$

2. Используя краткую запись условия задачи, надо составить верную пропорцию:

$$\frac{a}{b} = \frac{100\%}{P\%}.$$

3. Неизвестное число обозначить буквой (x).
4. Найти неизвестный член пропорции.

I. Нахождение процентов от числа способом пропорции.

Составим пропорцию на нахождение процентов от числа:

$$\frac{a}{x} = \frac{100\%}{P\%},$$

где x – искомое число.

Задача 1. В классе 30 учеников. Из них 40% составляют девочки. Сколько в классе девочек?

Решение. Пусть x – количество девочек в классе.

По условию задачи:

Количество учеников	Проценты
30 —————	100%
x —————	40%

Составим пропорцию:

$$\frac{30}{x} = \frac{100}{40}.$$

Используя основное свойство пропорции, найдем неизвестный член пропорции:

$$x = \frac{30 \cdot 40}{100};$$

$$x = 12 \text{ (учениц).}$$

О т в е т: В классе 12 девочек.

II. Нахождение числа по его процентам способом пропорции.

Составим пропорцию на нахождение числа, соответствующего 100%, по его процентам:

$$\frac{x}{b} = \frac{100\%}{P\%},$$

где x – искомое число, соответствующее 100%.

Задача 2. Оператор в первый день набрал 24 страницы рукописи, что составило 30% всего количества страниц. Сколько страниц в рукописи?

Решение. Пусть x – количество страниц рукописи.

По условию задачи:

Количество страниц	Проценты
x —————	100%
24 —————	30%

Составим пропорцию:

$$\frac{x}{24} = \frac{100}{30}.$$

$$x = \frac{24 \cdot 100}{30};$$

$$x = 80 \text{ (страниц)}.$$

О т в е т: 80 страниц.

III. Нахождение процентного отношения двух чисел.

Составим пропорцию для нахождения процентного отношения двух чисел:

$$\frac{a}{b} = \frac{100\%}{x\%}.$$

где x – процентное число.

Задача 3. В школе спортивные секции посещают 70 учеников, из них 21 ученик – секцию вольной борьбы. Сколько процентов учащихся занимаются в секции вольной борьбы?

Решение. Пусть x – процентное число учащихся, занимающихся в секции вольной борьбы.

По условию задачи:

Количество учеников	Проценты
70	100%
21	$x\%$

Составим пропорцию:

$$\frac{70}{21} = \frac{100}{x}.$$

$$x = \frac{21 \cdot 100}{70};$$

$$x = 30\%$$

О т в е т: 30% учащихся.

146. Сколько процентов составляет:

- 1) 8 м от 10 м;
- 2) 19 кг от 100 кг.

A

147. 1) Арбуз содержит 98% воды. Сколько воды содержится в 5-килограммовом арбузе?

2) Скорость полета голубя 17 м/с. Скорость полета вороны составляет 90% скорости полета голубя. Найдите скорость полета вороны.

3) Сколько градусов содержит угол AOB , если его градусная мера равна 65% развернутого угла?

148. 1) Туристы до обеда проехали 64 км, что составляет 20% намеченного пути. Какова длина этого пути?
2) Рыбаки за неделю выловили 160,5 ц рыбы, что составило 30% месячного улова. Сколько центнеров рыбы должны выловить рыбаки за месяц?
3) Для засолки огурцов нужно 250 г соли, что составляет 8% массы соленых огурцов. Какова масса соленых огурцов?
149. 1) Из 160 посаженных семян арбуза проросло 144 семени. Каков процент их всхожести?
2) До снижения цены товар стоил 2800 тг, после снижения – 2380 тг. На сколько процентов снизилась цена товара?
3) В 300 г солевого раствора содержится 18 г соли. Какова концентрация полученного раствора?

В

150. 1) Автобус преодолел за первый час 32% длины маршрута, осталось еще 127,5 км. Какова длина маршрута?
2) В тетради 24 страницы. Лена исписала 25% всех страниц тетради. Сколько осталось неисписанных страниц?
151. В раствор пищевой соды массой 450 г и концентрацией 8% добавили еще 10 г соды. Какова концентрация полученного раствора?
152. 1) Мастерская по изготовлению домбр наметила изготовить за месяц 8 домбр. В этом месяце она изготовила на 2 домбры больше, чем по плану. На сколько процентов мастерская перевыполнила план в этом месяце?
2) Площадь прямоугольника равна 90 дм², длина 15 дм. Сколько процентов составляет ширина прямоугольника от его длины?

С

153. На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если длину его сторон увеличить на 10%?
154. К 500 г 22%-ного раствора вещества добавили 300 г 30%-ного раствора этого же вещества. Какова концентрация полученной смеси?
155. Ученик увеличил число 175 на 40%, а затем нашел 20% от полученного числа. Какое число получил ученик?



149. 3) 6%. **150.** 1) 187,5 км. **151.** 10%. **152.** 1) На 25%; 2) 40%.
153. На 21%. **154.** 25%. **155.** Число 49.

Практическая работа



1. Измерьте длину и ширину своей комнаты.
2. Запишите в тетрадь значения полученных измерений, уменьшите все размеры одинаково так, чтобы на тетрадном листе можно было поместить чертеж комнаты.
3. Начертите в тетради план комнаты.
4. Во сколько раз уменьшены все измерения?

1.8. Масштаб

Расстояния между городами на географической карте, размеры комнат квартиры, измерения объектов на плане даются в уменьшенных размерах.

Например, изобразим страницу книги в тетради. Страница имеет прямоугольную форму, длина ее равна 2 дм 1 см, а ширина 1 дм 4 см.

Для этого:

1) запишем размеры страницы в одинаковых единицах измерения:

$$2 \text{ дм } 1 \text{ см} = 21 \text{ см}, \quad 1 \text{ дм } 4 \text{ см} = 14 \text{ см};$$

2) разделив значения измерений на 7, уменьшим их в 7 раз:

$$21 : 7 = 3; \quad 14 : 7 = 2.$$

В тетради чертеж страницы будет выглядеть в виде прямоугольника, у которого длина 3 см, ширина 2 см (рис. 1.8).

Получим изображение страницы книги в уменьшенном в 7 раз виде. Длина 1 см на чертеже соответствует 7 см истинного измерения. В этом случае говорят, что «страница книги изображена в масштабе один к семи», и пишут: «Масштаб 1 : 7» или « $\frac{1}{7}$ ».

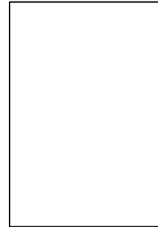


Рис. 1.8

Географические карты изготавливаются в определенном масштабе.

Отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего расстояния на местности называют масштабом карты.

Например, на географической карте масштаб 1 : 100 000 означает, что отрезку длиной 1 см на карте соответствует 1 км (100 000 см = 1000 м = 1 км) на местности. То есть 1 км на местности изображается на карте отрезком длиной 1 см.

Задача 1. Расстояние между городами *A* и *B* на карте 3,5 см, а на местности 175 км. Найти масштаб карты.

Решение. 175 км = 175 000 м = 17 500 000 см;

$$\frac{3,5}{17500000} = \frac{1}{5000000}.$$

Масштаб карты $\frac{1}{5\,000\,000}$, или $1 : 5\,000\,000$.

Ответ: Масштаб карты $1 : 5\,000\,000$.

Масштаб, записанный в виде отношения (частного), называется *численным*. Например $1 : 7\,500\,000$ – численный масштаб.

Масштаб можно записать с пояснением, такой масштаб называется *именованным*.

Например, масштаб $1 : 7\,500\,000$ означает, что 1 см на карте равен 75 км на местности.

Запись: 1 см – 75 км – именованный масштаб.

На разных картах масштаб имеет различные значения.

Масштаб географических карт может быть: $\frac{1}{250\,000\,000}$; $\frac{1}{1\,000\,000}$, масштаб плана комнат – $\frac{1}{200}$; $\frac{1}{250}$, масштаб предметов в комнате – $\frac{1}{50}$; $\frac{1}{10}$ и т. д.

Задача 2. План комнаты имеет вид прямоугольника длиной 35 мм, шириной 27 мм. Найти длину и ширину комнаты, если масштаб плана равен $1 : 200$.

Решение. Пусть a – длина комнаты;

b – ширина комнаты.

Используя определение масштаба, по условию задачи составим пропорцию:

$$\frac{35}{a} = \frac{1}{200}; \quad \frac{27}{b} = \frac{1}{200}$$

$$a = 35 \cdot 200 = 7\,000 \text{ (мм)} = 7 \text{ (м)}; \quad b = 27 \cdot 200 = 5\,400 \text{ (мм)} = 5,4 \text{ (м)}$$

$$a = 7 \text{ м}; \quad b = 5,4 \text{ м.}$$

Ответ: Длина комнаты 7 м, а ширина 5,4 м.

Масштаб плана – это отношение длины отрезка на плане к длине соответствующего отрезка в натуре (действительности).

На чертеже размеры мелких деталей увеличиваются. В этом случае предыдущий член отношения, выражающий масштаб, будет больше последующего. Например, масштабы увеличения – $5 : 1$; $10 : 1$; $25 : 1$; $100 : 1$.

Задача 3. Длина лапки насекомого, нарисованного в масштабе $10 : 1$, равна 6 см. Найти истинную длину лапки насекомого в миллиметрах.

Решение. Пусть x – истинная длина лапки насекомого.

По условию задачи составим пропорцию:

$$\frac{6}{x} = \frac{10}{1};$$

$$x = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ (см)} = 6 \text{ (мм)}.$$

О т в е т: Истинная длина лапки насекомого равна 6 мм.



1. Что называют масштабом карты?
2. Где и для чего используют масштаб?
3. Чему равен масштаб, если измерения на чертеже уменьшены в 100 раз?

156. Определите, увеличены или уменьшены размеры предмета, если он изображен в масштабе: 1 : 20; 100 : 1; 1 : 10 000; 75 : 1?

А

157. Найдите масштаб, если на чертеже отрезок длиной 1 см изображает отрезок:
1) 40 см; 2) 50 см; 3) 1 дм; 4) 10 м.

158. Какова длина отрезка, изображающего расстояние на местности 1 км, на карте, если масштаб карты: 1) 1 : 100 000; 2) 1 : 50 000; 3) 1 : 25 000?

1 : 100



159. На рисунке 1.9 изображен план комнаты в масштабе 1 : 100. Выполните на чертеже необходимые измерения и вычислите истинную длину и ширину комнаты.

Рис. 1.9

160. Практическая работа.

Начертите план одной комнаты в своей квартире или в своем доме в масштабе 1 : 200.

161. Измерьте на карте (рис. 1.10) длину отрезка, соединяющего города Астана и Караганда. Масштаб карты 1 : 7 000 000. Вычислите расстояние между этими городами на местности.



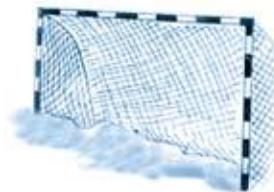
Рис. 1.10

162. Длина Большого Алматинского канала приблизительно равна 170 км, а на карте это изображено отрезком 17 мм. Найдите масштаб карты.

163. Расстояние на местности между двумя населенными пунктами 68 км. Найдите на карте длину отрезка, соединяющего эти пункты, если масштаб карты:

- 1) 1 : 2 000 000;
- 2) 1 : 1 700 000.

164. Длина футбольных ворот 7,3 м, высота 2,4 м. Выполните изображение футбольных ворот в масштабе 1 : 100.



165. Длина крыла насекомого, нарисованного в масштабе 5 : 1, равна 3 см. Определите истинную длину (в миллиметрах) крыла насекомого.

166. Садовник разложил в три коробки по отдельности яблоки, сливы и груши. Он написал на коробках: «Яблоки», «Сливы», «Яблоки и груши», но эти надписи не соответствуют тому, что положено в данную коробку. В какую коробку и что положил садовник?

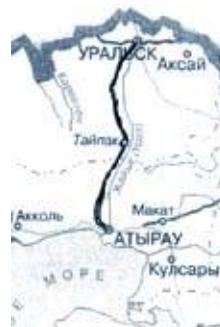
В

167. На карте расстояние между двумя городами изображено отрезком длиной 3,5 см, а расстояние между этими городами на местности равно:

1) 420 км; 2) 87,5 км.

Найдите масштаб карты.

168. Длина автомобильной дороги от Уральска до Атырау приближенно равна 510 км. Найдите длину отрезка, изображающего эту автомобильную дорогу на карте с масштабом 1 : 3 000 000.



169. Сторона цветника квадратной формы на 18 м меньше его периметра. Найдите длину стороны квадрата и начертите в тетрадь его план в масштабе 1 : 200. Какую площадь занимает план цветника?

170. Диаметр окружности кольца на чертеже, сделанном в масштабе 1 : 8, равен 9 мм. Найдите диаметр окружности этого кольца на чертеже, сделанном в масштабе 1 : 6.

A. 13 мм; B. 14 мм; C. 10 мм; D. 12 мм.

171. Масштаб карты равен 1 : 3 800 000. Известно, что на этой карте железнодорожная магистраль от Ерейментау до Екибастуза изображается отрезком длиной 4,4 см. Вычислите длину железнодорожной магистрали от Ерейментау до Екибастуза на местности.

172. Мотоциклист расстояние между двумя населенными пунктами проехал за 1 ч 24 мин со скоростью 40 км/ч. Расстояние между этими населенными пунктами изображено на карте отрезком длиной: 1) 7 см; 2) 4 см. Найдите масштаб карты.

173. На карте отрезок длиной 1,8 см изображает расстояние на местности 270 км. Какое расстояние на местности изображает отрезок длиной 2,7 см на этой же карте?

- А. 300 км; В. 285 км; С. 345 км; D. 405 км.

174. Расстояние на местности 230 км, а на карте 4,6 см. Отрезку какой длины на этой карте соответствует расстояние на местности, равное 575 км?

175. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $7,8a + 2,3a - 5a$ при $a = 6$;
- 2) $2(0,3b + 5) + 1,4b$ при $b = 4$;
- 3) $6(a + 1,5) - 2,8a$ при $a = 1,5$;
- 4) $4(b + 0,8) + 1,7b$ при $b = 2,3$.

С

176. На рисунке 1.11 изображен план огорода, выполненный в масштабе 1 : 1200. Сделайте необходимые измерения и вычислите площадь огорода на местности.

177. Площадь участка земли прямоугольной формы $73\,500\text{ м}^2$. При изображении этого участка на плане, составленном в масштабе 1 : 7000, получился прямоугольник длиной 5 см. Вычислите ширину участка на местности.

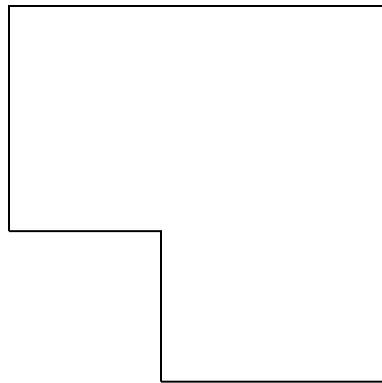


Рис. 1.11

178. Длина участка железнодорожной магистрали на карте, составленной в масштабе 1 : 6 000 000, равна 18 см. За какое время проедет поезд данный участок железнодорожной магистрали со скоростью 75 км/ч?

- А. 14,4 ч; В. 13,5 ч; С. 12,8 ч; D. 16 ч.

179. На одной карте расстояние между городами Актобе и Уральск изображается отрезком длиной 3,6 см, а на другой карте – длиной 5,4 см. Масштаб первой карты 1 : 12 000 000. Каков масштаб второй карты?



180. Практическая работа.

Пользуясь школьным атласом, определите приближенное расстояние на местности между городами Алматы и Астана (или между любыми двумя городами нашей республики).

Для этого нужно:

1. С помощью линейки измерьте длину отрезка между двумя точками на карте, соответствующими городам Алматы и Астана.
2. Запишите масштаб карты.
3. По известным значениям масштаба карты и длины отрезка составьте пропорцию. Вычислите расстояние на местности между городами Алматы и Астана. Используя источники информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), найдите расстояние между городами Алматы и Астана. Сравните эти данные с полученным вами результатом.

Ключевые факты.

Масштаб карты (плана) – это отношение длины отрезка на карте (на плане) к длине соответствующего расстояния на местности.

Например, если на карте отрезком 1 см изображена длина 10 000 см, то масштаб карты равен 1 : 10 000. Пишут:

$$\frac{1}{10\,000} \text{ или } 1 : 10\,000.$$

Задача. На карте, составленной в масштабе 1 : 2 500 000, расстояние между городами 6 см. Найдём расстояние на местности между этими городами.

Решение. Пусть x – расстояние на местности между городами. Используя определение масштаба, составим пропорцию:

$$\frac{6}{x} = \frac{1}{2\,500\,000};$$

$$x = 6 \cdot 2\,500\,000 = 15\,000\,000 \text{ (см)} = 150\,000 \text{ (м)} = 150 \text{ (км)}.$$

О т в е т: 150 км.



165. 6 мм. **167.** 1) 1 : 12 000 000; 2) 1 : 2 500 000. **168.** 17 см. **169.** 9 см².
171. 167,2 км. **172.** 1) 1 : 800 000; 2) 1 : 1400 000. **174.** 11,5 см.
176. 3024 м². **177.** 210 м. **179.** 1 : 8 000 000.



Задача.

- 1) Длина окружности края стакана равна 18,85 см. Ее диаметр 6 см. Найдите отношение длины края окружности стакана к его диаметру.
- 2) Длина окружности края пиалы равна 34,55 см. Диаметр окружности края пиалы 11 см. Найдите отношение длины окружности пиалы к ее диаметру (округлите до сотых).

1.9. Длина окружности. Площадь круга. Шар. Сфера

I. Длина окружности.

Длину окружности можно определить измерением. Возьмем, к примеру, стакан (рис. 1.12). Его край – окружность. Измерим длину окружности края стакана. Для этого аккуратно наложим нитку на край стакана. Лишнюю ниткуотрежем и линейкой измерим длину оставшегося куска. Длина оставшегося куска нитки будет приблизительно равна длине окружности стакана. Затем измерим диаметр стакана линейкой.



Рис. 1.12

Многочисленные измерения показали, что для любых окружностей отношение длины окружности к длине ее диаметра является одним и тем же числом. Это число обозначается греческой буквой π (читается: «пи»). Это первая буква греческого слова *периферия* – «окружность».

Число π – бесконечная десятичная дробь: $\pi = 3,14159265\dots$. Обычно при вычислениях используют приближенное значение числа: $\pi \approx 3,14$. Если обозначить длину окружности буквой C , а диаметр буквой D , то запишем:

$$\frac{C}{D} = \pi.$$

Значит,

$$C = \pi D.$$

Это формула длины окружности.

Длина окружности равна произведению числа π на диаметр окружности.

Значит, длина окружности прямо пропорциональна длине ее диаметра.

Нам известно, что $D = 2R$, поэтому формулу для вычисления длины окружности можно записать и в виде:

$$C = 2\pi R.$$

Задача 1. Найдите длину окружности диаметром 10 м.

Решение. $D=10$ м; $C = \pi D$, значит, $C \approx 3,14 \cdot 10 = 31,4$ (м).

Ответ: 31,4 м.

Задача 2. Найдите длину окружности, радиус которой равен 15 м.

Решение. $R=15$ м; $C = 2\pi R$, тогда $C \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 15 = 94,2$ (м).

Ответ: 94,2 м.

II. Площадь круга.

Рассмотрим формулу для вычисления площади круга.

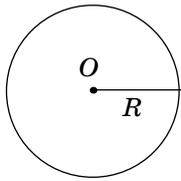
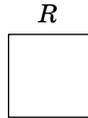


Рис. 1.13



Математические исследования и вычисления доказали, что площадь круга в π раз больше площади квадрата, сторона которого равна радиусу круга (рис. 1.13).

Если R – радиус круга, то площадь квадрата, сторона которого равна радиусу круга, равна R^2 .

Следовательно, площадь круга вычисляется по формуле

$$S = \pi R^2,$$

где S – площадь круга, R – радиус круга.

Площадь круга равна произведению числа π и квадрата радиуса.

Задача 3. Вычислите площадь круга радиусом 5 м.

Решение. $R = 5$ м; $S = \pi R^2 = \pi \cdot 5^2 \approx 3,14 \cdot 25 = 78,5$ (м²).

Ответ: 78,5 м².

III. Шар. Сфера.

Представление о шаре как о круглом теле дает нам стальной шарик (рис. 1.14), арбуз, ядро, толкаемое на соревнованиях по легкой атлетике.



Рис. 1.14

Шар – это пространственное тело.

Поверхность шара называют *сферой*. Слово «сфера» происходит от греческого слова, означающего «мяч». Мыльный пузырь, волейбольный мяч, шарик настольного тенниса дают нам представление о сфере, так как внутри они полые.

Шар и сфера изображаются одинаково (рис. 1.15).

Невидимые линии проводятся пунктиром. Все точки сферы равноудалены от одной определенной точки, называемой *центром сферы (шара)* (рис. 1.16). Отрезок, соединя-

Шар (Сфера)

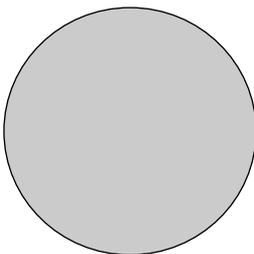


Рис. 1.15



Рис. 1.16

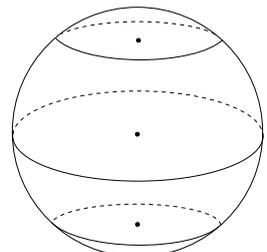


Рис. 1.17

ющий точку поверхности шара (сферы), с центром, называют *радиусом шара (сферы)*. Отрезок, соединяющий две точки поверхности шара (сферы) и проходящий через центр, называют *диаметром шара (сферы)*.

При рассечении шара плоскостью получается круг, а границей круга является окружность (рис. 1.17).

Планета Земля приблизительно имеет форму шара, поэтому ее называют Земным шаром.



1. Что обозначают буквой π ?
2. Напишите формулу длины окружности.
3. Чему равна площадь круга?
4. Назовите несколько предметов, имеющих форму шара.
5. Что такое сфера? Приведите примеры.

181. Вычислите:

- | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|
| 1) $42,42 : 3;$ | 2) $13,13 : 13;$ | 3) $565,6 : 8;$ |
| $42,42 : 7;$ | $24,24 : 12;$ | $484,8 : 6;$ |
| $42,42 : 14;$ | $72,72 : 18;$ | $636,3 : 7.$ |

А

182. Экваториальный радиус Земли равен 6378 км. Найдите длину экватора Земли.

183. Конец минутной стрелки часов за 1 ч описывает окружность длиной 31,4 см. Какова длина минутной стрелки?

184. 1) Диаметр Луны 3476 км. Вычислите длину экватора Луны.
2) Диаметр основания юрты равен 8 м. Найдите площадь основания юрты.

185. На рисунке 1.18 изображена окружность с радиусом 15 мм, разделенная на три равные по длине дуги. Найдите длину закрашенной дуги.

186. Диаметр колеса велосипеда 60 см. Какое расстояние проедет велосипедист, если колесо совершит 5 оборотов?

187. Длина окружности цветочной клумбы, имеющей форму круга, равна 18,84 м. Вычислите площадь цветочной клумбы.

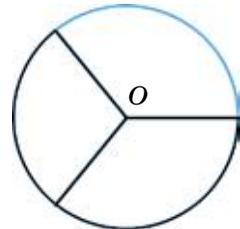


Рис. 1.18

188. Выполните действия:

- 1) $100 - 6,72 : 5,6 - 41,4 \cdot 2$; 3) $12,95 - (4,91 - 3,63) \cdot 10$;
 2) $(13,67 - 9,99) : 2,3 + 6,05 \cdot 4$; 4) $1,9 + 7,2 : (21,3 - 16,8)$.

В

189. 1) Колесо с длиной окружности 84 см, проехав некоторое расстояние, совершило 35 оборотов. Сколько оборотов совершит колесо с длиной окружности 98 см, проехав это же расстояние?

2) Колесо радиусом 60 см делает на некотором расстоянии 40 оборотов. Каким должен быть радиус колеса, которое делает на том же расстоянии 48 оборотов?

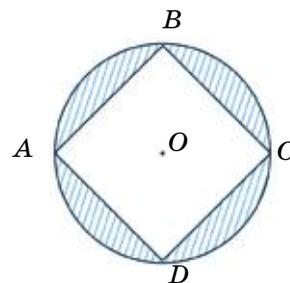


Рис. 1.19

190. Практическая работа.

- Измерьте радиус круга (рис. 1.19) и вычислите его площадь.
- Измерьте длину стороны квадрата $ABCD$ и вычислите его площадь.
- Вычислите площадь закрашенной части круга.

191. Длина дуги, составляющей 0,4 окружности, равна 37,68 см. Найдите диаметр окружности.

192. На рисунке 1.20 $AB = 10$ см; $CD = 2$ см. Какова площадь закрашенной части круга?

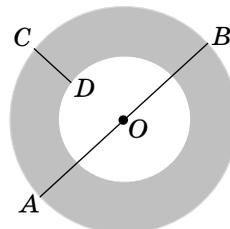


Рис. 1.20

193. Шар радиусом 10 см помещен в куб так, что он касается всех его граней. Вычислите объем куба.

194. Сторона квадрата, изображенного на рисунке 1.21, равна 10 см. Найдите площадь закрашенной части квадрата.

195. Скорость поезда 20 м/с. Длина окружности колеса его вагона равна 2,4 м. Сколько оборотов совершает колесо вагона за 3 мин?

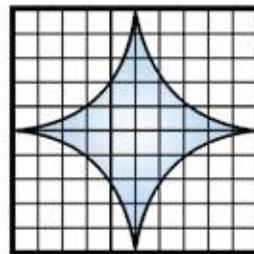


Рис. 1.21

196. На рисунке 1.22 изображены цилиндр и его развертка. Высота цилиндра 15 см, а радиус его основания равен 4 см. Найдите периметр прямоугольника $ABCD$, являющегося боковой поверхностью цилиндра.

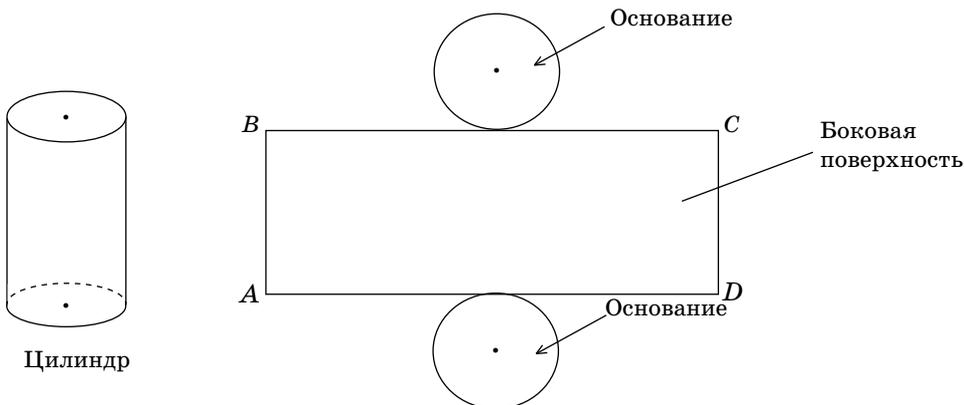


Рис. 1.22

С

197. Сколько шаров с радиусом 2 см войдет в коробку, имеющую форму куба с ребром 20 см?
198. Радиус колеса автомашины 37,5 см. Машина едет по шоссе с такой скоростью, что каждую минуту колеса делают 400 оборотов. Найдите скорость автомашины в км/ч.
199. Автомобиль проехал 2 км 826 м. На этом расстоянии его колесо совершило 1200 оборотов. Вычислите диаметр колеса автомобиля.
200. На рисунке 1.23 изображен квадрат со стороной 20 см. Найдите площадь закрашенной части квадрата.
201. На рисунке 1.24 изображен прямоугольник длиной 10 см, шириной 5 см. Найдите площадь закрашенной части прямоугольника.
- 202.* Часы показывают 2 ч 25 мин. Найдите градусную меру угла между часовой и минутной стрелками часов.

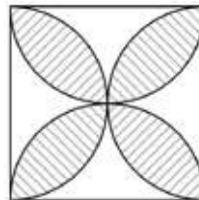


Рис. 1.23

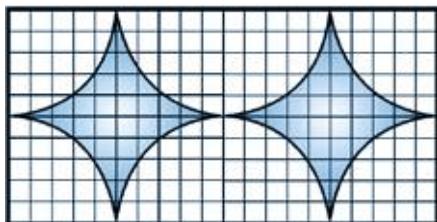


Рис. 1.24

203. Вычислите рациональным способом:

$$\frac{99999 \cdot 55555}{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 8 + 6 + 4 + 2} : \frac{77777 \cdot 44444}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7}$$

Ключевые факты.

Длина окружности равна удвоенному произведению числа π на радиус окружности.

$$C = 2\pi R,$$

где C – длина окружности. R – радиус окружности.

Чтобы вычислить площадь круга, надо число π умножить на квадрат радиуса:

$$S = \pi R^2,$$

где S – площадь круга, R – радиус круга.

Шар – это тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся от его центра на расстоянии, не большем радиуса.

Сфера – это множество точек пространства, которые удалены от ее центра на расстояние, равное радиусу.

▲ 187. 28,26 м². 188. 1) 16; 2) 25,8; 3) 0,15; 4) 3,5. 189. 1) 30 оборотов; 2) 50 см. 192. 50,24 см². 194. 21,5 см². 195. 1500 оборотов. 196. 80,24 см. 198. 56,52 км/ч. 199. 0,75 м. 200. 228 см². 201. 10,75 см². 202. 77,5°. 203. 1.

Научитесь!

Построение треугольника по заданным сторонам.

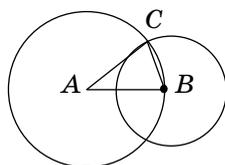


Рис. 1.25

Даны стороны треугольника ABC : $AB = 5$ см, $AC = 4$ см, $BC = 3$ см (рис. 1.25). Научимся строить треугольник ABC по заданным сторонам.

Для этого:

1) начертим отрезок $AB = 5$ см;

2) начертим две окружности: одну с центром в точке A , радиус которой $R = AC = 4$ см, и другую с центром в точке B , радиус которой $r = BC = 3$ см.

Окружности пересеклись в двух точках. Одну из этих точек примем за вершину C треугольника ABC ;

3) точки A и B нужно соединить с точкой C отрезками AC и CB .

Так строится треугольник ABC , где $AB = 5$ см, $AC = 4$ см, $BC = 3$ см.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ К ГЛАВЕ I

А

204. Найдите отношения величин:

- 1) 250 г к 1 кг; 3) 25 см к 2 м; 5) 15 мин к 1 ч;
2) 3 ц к 3 т; 4) 75 дм к 1 м; 6) 45 с к 1 мин.

205. Составьте пропорции из отношений:

$$\frac{12}{20}; \quad \frac{8}{14}; \quad \frac{14}{21}; \quad \frac{20}{35}; \quad \frac{3}{5}; \quad \frac{6}{9}.$$

206. Найдите неизвестные члены пропорции:

- 1) $\frac{11}{13} = \frac{x}{10,4}$; 3) $\frac{x}{4,5} = \frac{3}{7,5}$; 5) $\frac{4,5}{x} = \frac{5,4}{1,8}$;
2) $\frac{2}{7} = \frac{x}{12,6}$; 4) $\frac{x}{2,4} = \frac{8}{1,6}$; 6) $\frac{5,1}{8,5} = \frac{2,4}{x}$.

207. Из 180 семян свеклы взошли 126. Каков процент всхожести семян свеклы?

208. В вишневом варенье отношение массы вишни к массе сахара равно 2 : 3. Сколько килограммов вишни и сколько килограммов сахара в 3,5 кг вишневого варенья?

209. Токарь за 45 мин изготовил 21 деталь.

- 1) За какое время токарь изготовил 14 деталей?
2) Сколько деталей токарь изготовит за час?

210. Расстояние между городами А и В на карте 2,8 см. Масштаб карты 1 : 7 500 000. Найдите расстояние между городами А и В на местности.

211. Расстояние между двумя городами легковая машина преодолевает за 1,2 ч со скоростью 95 км/ч. За какое время это расстояние преодолевает автобус со скоростью 57 км/ч?

В

212. Составьте пропорции из отношений:

$$\begin{array}{llllll} 8 : 24; & 6 : 2; & 9 : 18; & 25 : 75; & 20 : 28; \\ 18 : 6; & 15 : 30; & 10 : 14; & 10 : 12; & 15 : 18. \end{array}$$

213. Решите уравнения:

- 1) $\frac{2x}{36} = \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{21} = \frac{3x}{54}$; 5) $\frac{8}{5} = \frac{4x}{15}$;
2) $\frac{4}{9} = \frac{3x}{54}$; 4) $\frac{11}{33} = \frac{2}{3x}$; 6) $\frac{9}{16} = \frac{3x}{64}$.

214. Решите уравнения:

1) $\frac{8x + 5,2}{2,4} = \frac{11}{2}$; 3) $\frac{x - 0,2}{0,8} = \frac{4,2}{1,2}$; 5) $\frac{5x + 3}{9} = \frac{27}{13,5}$;

2) $\frac{4}{1,6} = \frac{7x - 2}{10,4}$; 4) $\frac{3x + 0,8}{9,6} = \frac{4,8}{3,6}$; 6) $\frac{8}{20} = \frac{28}{9x + 7}$.

215. Периметр футбольного поля прямоугольной формы 350 м. Отношение ширины к длине равно 2 : 3. Найдите площадь футбольного поля.

216. Длина окружности колеса тепловоза 5,6 м. Когда на некотором расстоянии колесо тепловоза сделало 60 оборотов, колесо прицепного вагона сделало 140 оборотов. Найдите длину окружности колеса вагона.

217. В сахарном растворе отношение массы воды к массе сахара равно 22 : 3. Найдите концентрацию сахара в растворе.

A. 10%; B. 12%; C. 15%; D. 16%.

218. Автомобиль за 1 ч 15 мин преодолел 25% расстояния между двумя городами. За какое время автомобиль проедет 80% расстояния между городами, двигаясь с этой же скоростью?

219. Участок прямоугольной формы, длина которого 160 м, ширина 90 м, обменяли на участок равной площади. Длина второго участка на 40 м больше длины первого участка. Найдите ширину второго участка.

220. Вода, вытекающая из 4 труб, наполняет бассейн за 30 мин. За сколько минут наполнится бассейн водой, вытекающей из 3 труб с такой же производительностью?

С

221. Составьте пропорции из следующих отношений:

1) $12 : 1\frac{1}{5}$; 3) $2\frac{1}{6} : 4\frac{1}{3}$; 5) $\frac{4}{15} : \frac{2}{3}$;

2) $0,8 : 1,6$; 4) $5,6 : 14$; 6) $12,3 : 1,23$.

222. Найдите корни уравнений:

1) $\frac{2,2x}{3,5} = \frac{22}{5}$; 3) $\frac{21}{0,7x} = \frac{9,5}{1,9}$; 5) $\frac{7,2}{1,17x} = \frac{8}{3,9}$;

2) $\frac{9}{5} = \frac{6,3x}{7}$; 4) $\frac{3,4}{9} = \frac{17x}{4,5}$; 6) $\frac{1,5x}{4} = \frac{9}{8}$.

223. В прямоугольнике ширина относится к длине как 3 : 5. Длина прямоугольника на 6 см больше ширины. Найдите периметр прямоугольника.

224. Для приготовления фруктового напитка купили яблоки, апельсины и вишню. Отношение их масс равно $5 : 4 : 3$. Яблок на 1,2 кг больше, чем вишни. Сколько всего килограммов фруктов купили?
 А. 6,8 кг; В. 6,5 кг; С. 7,2 кг; D. 8 кг.
225. В фермерском хозяйстве 12 комбайнов убирали урожай с трех полей площадью 15, 30, 45 га. Количество комбайнов распределили прямо пропорционально площади каждого поля. Сколько комбайнов убирали урожай с первого поля? со второго поля? с третьего поля?
- 226°. С трех земельных участков собрали 20,16 т урожая. Масса урожая, собранного с первого участка, относится к массе урожая, собранного со второго участка, как $5 : 9$. С третьего участка собрали на 40% урожая больше, чем с первого. Сколько тонн урожая собрали с каждого участка?

▲ 211. 2 ч. 214. 1) 1) 1; 2) 4; 3) 3; 4) 4; 5) 3; 6) 7. 215. 7350 м². 218. 4 ч.
 220. 40 мин. 222. 1) 7; 3) 6; 5) 3. 225. 2 комбайна; 4 комбайна; 6 комбайнов. 226. 4,8 т; 8,64 т; 6,72 т.



Исторические сведения об отношениях и пропорциях

Известно, что для сравнения одноименных величин используется понятие «отношение». Ученые средних веков не считали отношение одноименных величин числом.

В своих трудах математики Центральной Азии Омар Хайям (1048–1131) и Насреддин ат-Туси (1201–1274) утверждали, что отношение одноименных величин есть число. Затем в XVII веке английский ученый Исаак Ньютон в своих трудах дал понятие о числе. Он утверждал, что числом считается не только множество единиц, но и отношение одноименных величин. Мы знаем о том, что равные отношения составляют пропорцию. Слово «пропорция» произошло от латинского *proportio*, что означает «соразмерность». В Древней Греции в IV в. до н. э. ученые с пропорцией связывали представление о красоте и гармонии в природе и архитектуре. Например, отдельные части архитектурного сооружения находятся в пропорциональном отношении. Древнегреческие ученые IV века до н. э. Теэтет и Евдокс разработали общую теорию пропорции. В III веке до нашей эры древнегреческий ученый Евклид теорию отношений и пропорций подробно изложил в своем труде «Начала». В нем Евклид сформулировал основное свойство пропорции. В разное время пропорция записывалась по-разному. В трудах математиков средних веков, где запись велась на арабском языке справа налево, пропорция $8 : 15 = 96 : 180$ записывалась в виде $180 \cdot 8 : 96 \cdot 15 = 8$. Французский математик Рене Декарт эту пропорцию записывал в виде $8/15 = 96/180$. Современную запись пропорции ввел в 1693 году немецкий физик и математик Г.В. Лейбниц.



Евклид



Значения величин могут иметь и противоположный смысл. Рассмотрим их отличие в записи. Допустим, что перед значением данной величины ставится знак «плюс» (+). Например, команда игроков вчера выиграла 4 очка. Записывают: +4 очка, значение равно +4.

Противоположные значения величины записываются со знаком «минус» (-).

Например, команда игроков сегодня проиграла 4 очка. Записывают: -4 очка. Значение равно -4.

Научитесь записывать значения следующих величин: 1) высота Алтайских гор 4442 м; 2) глубина шахты 70 м; 3) фермер получил 15 млн тг дохода; 4) продавец понес убыток в сумме 5000 тг.

2.1. Положительные числа. Отрицательные числа

Значения некоторых величин изменяются в двух противоположных направлениях: тепло и холод, высота и глубина. В таких случаях вводят некоторые «нулевые отметки»: температура замерзания воды (она обозначается числом 0), уровень Мирового океана и т. д.

Если значение величины выше нулевой отметки, то она записывается числом со знаком «+», а если ниже нулевой отметки – числом со знаком «-».

? Запишите, какую температуру показывает каждый термометр на рисунке 2.1.

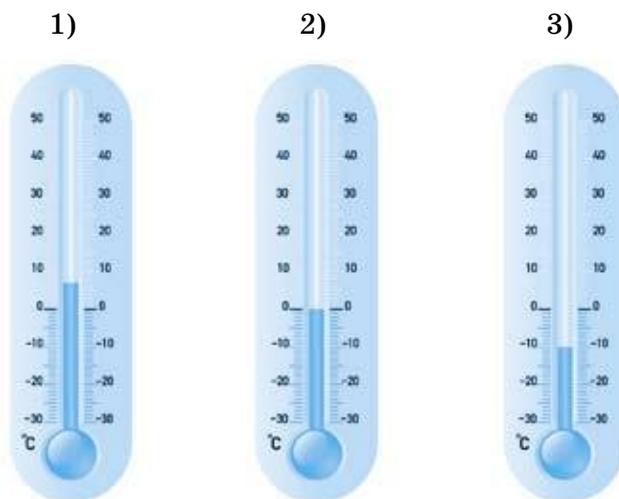


Рис. 2.1

Проверьте себя.

Термометр показывает:

- 1) 7 градусов выше нуля, или 7 градусов тепла, или $+7^{\circ}\text{C}$ (читается: «плюс семь градусов»);
- 2) 0°C ;
- 3) 10 градусов ниже нуля, или 10 градусов мороза (холода), или -10°C (читается: «минус десять градусов»).

На географических картах можно увидеть, например, записи: $+4973$ м (читается: «плюс 4973 метра») – высота пика Талгар в Илейском (Зайлий-

ском) Алатау – и -2210 м (читается: «минус 2210 метров») – наибольшая глубина Черного моря.

Числа со знаком « $-$ » – это отрицательные числа.

Например, числа -10 , -2210 (из вышеприведенных примеров) будем называть *отрицательными*

Числа со знаком « $+$ » – это положительные числа.

числами, а числа $+7$, $+4973$ – *положительными числами*.

Увеличение значения величины обозначают положительным числом, а уменьшение – отрицательным.

Число 0 (ноль) не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам.

Например, $+23$; $0,62$; $+\frac{2}{3}$; $+5\frac{1}{2}$ – положительные числа;

-4 ; $-\frac{1}{7}$; $-0,75$; $-3\frac{1}{4}$ – отрицательные числа.

Положительные числа и число 0 (ноль) называют *неотрицательными числами*. Отрицательные числа и число 0 (ноль) называют *неположительными числами*.

Если в заданном выражении положительное число стоит на первом месте или в выражении имеется только одно положительное число, то перед ним знак « $+$ » не ставится.

Например: 1) выражение $+3a - 7,5 + 8b$ пишется $3a - 7,5 + 8b$;
2) выражения $+4\frac{1}{2}$; $+0,7c$ пишутся $4\frac{1}{2}$; $0,7c$.

Если в выражении непосредственно перед отрицательным числом стоят знак сложения, или умножения, или деления, или вычитания, то отрицательное число заключается в скобки.

Например, $9 + (-7)$; $8 : (-2)$; $6 \cdot (-3)$; $7 - (-6)$.

Если отрицательное число является первым членом выражения, то в большинстве случаев оно записывается без скобок.

Например, $(-8) + 3a$ можно записать в виде $-8 + 3a$.



1. Какие числа называют положительными? Приведите примеры.
2. Какие числа называют отрицательными? Приведите примеры.
3. Какое число не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам?
4. Приведите примеры использования положительных и отрицательных чисел.

227. Прочитайте прогноз погоды на 15 марта по городам Казахстана (рис. 2.2).



Рис. 2.2

228. Запишите с помощью положительного или отрицательного числа значения следующих величин:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) высота 20 м; | 5) 28 000 тг убытка; |
| 2) глубина 16 м; | 6) доход 175 000 тг; |
| 3) выигрыш в 5 очков; | 7) проигрыш в 3 очка; |
| 4) 12 градусов тепла; | 8) 9 градусов холода. |

229. Используя знаки «+» и «-», запишите высоту и глубину.

- 1) Глубина озера Байкал 1620 м.
- 2) Самая высокая точка земного шара – пик Джомолунгма (Эверест) в горах Гималаи на высоте 8848 м.
- 3) Самое глубокое место в мире – Марианская впадина в Тихом океане, ее глубина 11 022 м.
- 4) Высота пика Хан Танири (Хан-Тенгри) в Тянь-Шане 6995 м.
- 5) Высота горы Белуха на Алтае 4506 м.

230. Практическая работа

- 1) Изобразите в тетради шкалу термометра и отметьте на ней температуру воздуха в разное время суток.
- 2) Используя знаки «+» и «-», запишите температуру воздуха в разное время суток.
 - а) Днем температура воздуха была 4°C тепла, а вечером стала 5°C холода;
 - б) Ночью температура воздуха была на 3°C ниже нуля, а утром стала на 2°C выше нуля.

В

231. На физической карте Казахстана рядом с впадиной Карагие стоит число -132 м, рядом с возвышенностью Тарбагатай написано $+2930$ м. Что означают эти числа?

232. В зависимости от смысла, с помощью положительных, отрицательных чисел и цифры 0 запишите значения следующих величин:

- 1) подводная лодка плывет на глубине 500 м;
- 2) они закончили игру с выигрышем в 2 очка;
- 3) они закончили игру с проигрышем в 1 очко;
- 4) автобус остановился, не доехав 30 м до остановки;
- 5) автобус остановился, проехав 15 м после остановки.

233. Термометр поместили в сосуд со льдом (рис. 2.3).

- 1) Запишите температуру льда.
- 2) Сколько градусов будет показывать термометр, если лед охладить еще на 3°C ?
- 3) Сколько градусов будет показывать термометр, если лед растает и превратится в воду?

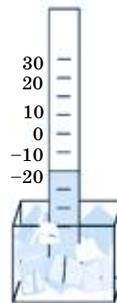


Рис. 2.3

234. У Асель часы отставали на 7 мин, но она думала, что они спешат на 3 мин. У Баян часы спешили на 10 мин, но она думала, что они отстают на 5 мин. Асель и Баян должны встретиться в 9 ч. Кто раньше придет на место встречи?

235. Фирма в понедельник получила прибыль 42 000 тг, во вторник – 23 000 тг убытка, в среду 60 000 тг прибыли, в четверг 18 000 тг убытка, в пятницу – 42 000 тг прибыли, в субботу – 14 000 тг убытка. Заполните бухгалтерскую таблицу.

Дни Недели	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.	Пт.	Сб.
Приход–Расход (тыс. тг)						

С

236. Впишите в таблицу вместо пропусков положительные или отрицательные числа или слова «долг, жара, поднялся».

<input style="width: 80%;" type="text"/>	Доход хозяйства составил 450 000 тг
-60 000	<input style="width: 80%;" type="text"/> фермера составил 60 000 тг
<input style="width: 80%;" type="text"/>	во дворе 25°C мороза

+31°C	25 августа было 31°C <input type="text"/>
<input type="text"/>	Низменность расположена на 14 м ниже уровня моря
+40 см	Весной уровень воды в реке <input type="text"/> на 40 см за счет таяния снега.

- 237.** Воспользовавшись положительным и отрицательным числами, а также числом нуль, запишите положение трамвая относительно остановки, если он:
- не доехал до остановки 57 м;
 - проехал мимо остановки и продвинулся еще на 25 м;
 - остановился на остановке.

- 238.** Из школы домой Айдос пришел в 2 ч дня. Саша пришел на 10 мин раньше, а Валя пришла на 0,5 ч позже Айдоса. Какое время показывали часы, когда пришел домой Саша, а какое – когда пришла Валя?

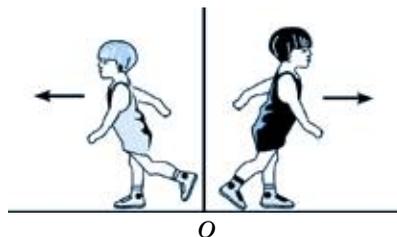
- 239.** Асхат купил марку за 50 тг, краски за 120 тг и лотерейный билет за 100 тг. Он продал марку за 70 тг, краски за 110 тг и лотерейный билет за 130 тг. Сколько прибыли получил Асхат и сколько убытка понес от продажи каждой вещи? При ответе используйте положительные и отрицательные числа.

- 240.** Используя источники информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), запишите:
- высоту гор Жонгарского (Жетысуского) Алатау;
 - глубину озера Балкаш (Балхаш);
 - высоту горы Улытау;
 - глубину озера Жайсан (Зайсан).



Саша и Юра побежали в противоположных направлениях (см. рисунок). Саша бежал со скоростью 4 м/с, а Юра – со скоростью 5 м/с. Отметьте место, где оказался каждый из них через 1 с. *Указание.*

- Начертите координатный луч. Выберите единичный отрезок, равный 1 см, за 1 м.
- На координатном луче начало отсчета (точка O) – место старта ребят.



3) Считая направление бега Саши «положительным» направлением, найдите точку, соответствующую тому расстоянию, которое он пробежал за 1 с. Напишите координату этой точки с помощью соответствующего положительного числа.

4) Так как Юра бежал в противоположном от Саши направлении, то продлите координатный луч в противоположном направлении от точки O .

5) Найдите на луче с противоположным направлением точку, соответствующую расстоянию, которое пробежал Юра за 1 с. Запишите координату этой точки с помощью соответствующего отрицательного числа.

Итак, вы научились изображать на координатной прямой положительное и отрицательное числа от точки O .

2.2. Координатная прямая. Противоположные числа

I. Координатная прямая.

Положительные числа и нуль изображаются точками на координатном луче. Чтобы изобразить отрицательные числа, координатный луч нужно дополнить противоположным ему лучом.

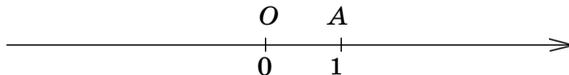


Рис. 2.4

Получится прямая, которую называют *координатной прямой* (рис. 2.4), где *точка O* – *начало отсчета*,

OA – *единичный отрезок*,

стрелкой *указано положительное направление*.

Прямую с выбранными на ней началом отсчета, единичным отрезком и положительным направлением называют координатной прямой.

Заданное направление на координатной прямой (справа от точки O) называется *положительным*, а направление, противоположное заданному (слева от точки O) – *отрицательным*.

Число, показывающее положение точки на прямой, называют *координатой* этой точки.

Рассмотрим изображение положительных и отрицательных чисел на координатной прямой.

Задание.

1. Запишите координаты точек, изображенные на координатной прямой (рис. 2.5).

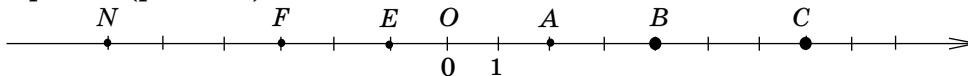


Рис. 2.5

2. Какие числа изображаются на координатной прямой левее от точки O , а какие – правее?

Проверьте себя.

1. $E(-1)$; $F(-3)$; $N(-6)$; $A(2)$; $B(4)$; $C(7)$.
2. Отрицательные числа на координатной прямой изображаются точками, расположенными левее от точки O , а положительные – точками, расположенными правее.

Начало отсчета (точка O) изображает число 0 (нуль).

Заданному числу на координатной прямой соответствует только одна точка.

Например, отметим на координатной прямой точки, которые соответствуют числам: 5 ; $2,5$; -3 ; $-4,5$ (рис. 2.6).

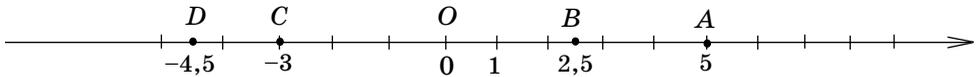


Рис. 2.6

Запишем их с координатами: $A(5)$; $B(2,5)$; $C(-3)$; $D(-4,5)$.

II. Противоположные числа.

Построим координатную прямую (рис. 2.7) и отметим на этой прямой числа 3 и -3 .

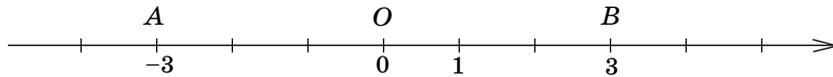


Рис. 2.7

Точки A и B , соответствующие числам -3 и 3 , расположены на координатной прямой на одинаковом расстоянии от начала отсчета – точки O , но в противоположных направлениях. Число 3 от числа -3 отличается только знаком. Такие числа называются *противоположными числами*. Число 3 противоположно числу -3 , а число -3 противоположно числу 3 .

Значит, *противоположные числа расположены на координатной прямой по разные стороны от начала отсчета (точки O), но на одинаковом расстоянии от нее.*

Два числа, отличающиеся друг от друга только знаками, называются *противоположными*.

Например, -2 и 2 ; $0,6$ и $-0,6$; $-\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{5}$ – противоположные числа.

Число 0 (нуль) противоположно самому себе.

Для каждого числа есть только одно противоположное ему число.

Число, противоположное числу a , обозначают $-a$.

Если $a = -6,2$, то $-a = 6,2$. Если $a = 8$, то $-a = -8$.

$-(-a) = a$, где a – любое число.

Например, $-(-20) = 20$.



1. Какую прямую называют координатной прямой?
2. Какую координату имеет точка O – начало отсчета?
3. Какими числами являются координаты точек, расположенных:
 - а) справа от начала отсчета;
 - б) слева от начала отсчета?
4. Какие числа называют противоположными? Приведите примеры.

241. 1) Какая из прямых, изображенных на рисунке 2.8, является координатной? Обоснуйте свой ответ.

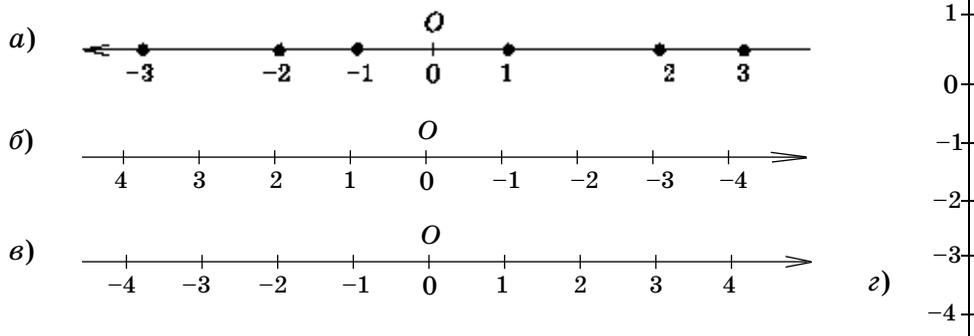


Рис. 2.8

2) Назовите числа противоположные числам: 9 ; -7 ; 0 ; $-3,8$; $\frac{4}{9}$; $-1\frac{2}{3}$; $4,6$.

А

242. На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D и E (рис. 2.9). Запишите их координаты.

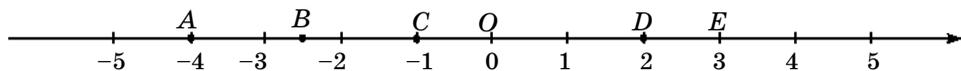


Рис. 2.9

243. Начертите в тетради координатную прямую. За единичный отрезок примите длину двух тетрадных клеток (1 см). Изобразите на координатной прямой точки: $A(-5)$; $B(-3,5)$; $C(-2)$; $D(3)$; $E(-4,5)$ и $K(5)$.

244. Выпишите из данных чисел пары противоположных:

$$1; -27; -8,3; 0; -1; 4\frac{1}{6}; 27; 9,2; 8,3; 5.$$

245. Заполните таблицу:

a	12		$-3\frac{1}{8}$		-31		15		$-\frac{1}{9}$
$-a$		0,9		-4		-9		6	

246. Запишите координаты отмеченных точек (рис. 2.10):

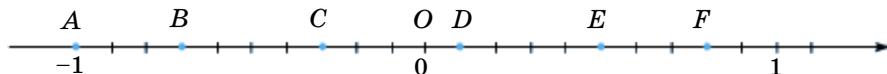


Рис. 2.10

247. Найдите x :

$$1) -x = 15\frac{4}{7}; \quad 3) -x = -4\frac{1}{3}; \quad 5) -x = -7,2;$$

$$2) -x = -0,8; \quad 4) -x = \frac{5}{6} - \frac{1}{9}; \quad 6) -x = \frac{3}{8} + \frac{1}{6}.$$

В

248. Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок длину 5 клеток тетради. Отметьте на координатной прямой точки:

$$F\left(-1\frac{2}{5}\right), K(-2), N\left(\frac{1}{5}\right), P\left(-\frac{4}{5}\right), T\left(1\frac{3}{5}\right).$$

249. Начертите координатную прямую. За единичный отрезок примите длину одной клетки тетради. Отметьте на ней точки: $E(5)$, $P(-4)$, $O(0)$, $T(9)$, $П(-7)$, $H(7)$, $Ц(2)$. Если точки построили правильно, то вы прочтаете математическое название «одной сотой».

250. Выпишите верные равенства:

$$1) -(-3,7) = 3,7; \quad 3) -(+8) = -8; \quad 5) -(-25) = -25;$$

$$2) -\left(+2\frac{5}{9}\right) = 2\frac{5}{9}; \quad 4) -\left(-9\frac{5}{6}\right) = 9\frac{5}{6}; \quad 6) -(+12,4) = -12,4.$$

251. На координатной прямой даны точки $A(-5)$; $B(-3)$; $C(2)$; $D(4)$ (рис. 2.11). Обозначьте на ней точки E , F , K и L , координаты которых противоположны координатам данных точек.

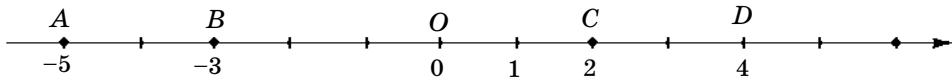


Рис. 2.11

252. Решите уравнения:

$$1) \frac{7x}{6} = \frac{49}{14}; \quad 3) \frac{8}{13} = \frac{2x}{39}; \quad 5) \frac{3}{14} = \frac{21}{2(x+31)};$$

$$2) \frac{2}{15} = \frac{3}{5x}; \quad 4) \frac{2}{3} = \frac{28}{7x}; \quad 6) \frac{9}{10} = \frac{63}{5(x+8)}.$$

253. Практическая работа.

Перечертите рисунок 2.12 в тетрадь. На координатной прямой заданы точки $A(2)$ и $B(-3)$.

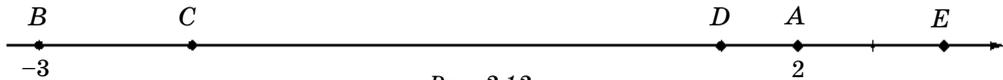


Рис. 2.12

- 1) Используя линейку, найдите начало отсчета.
 - 2) Найдите длину единичного отрезка в сантиметрах.
 - 3) Запишите координаты точек C , D и E .
254. Запишите, какие целые числа на координатной прямой удалены:
- 1) от числа -2 на 5 единиц;
 - 2) от числа -1 на 6 единиц;
 - 3) от числа 4 на 3 единицы;
 - 4) от числа 3 на 7 единиц.

255. В пакете имеется 900 г крупы. Как с помощью чашечных весов за три взвешивания отмерить 150 г крупы, используя гирию массой 100 г?

256. На координатной прямой найдите координату точки C , равноудаленной от точек $A(-6)$ и $B(2)$ (рис. 2.13).

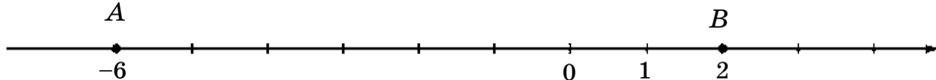


Рис. 2.13

257. Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок длину 6 клеток тетради. Изобразите на ней точки: $A\left(-1\frac{5}{6}\right)$; $B\left(-1\frac{1}{2}\right)$; $C\left(-\frac{2}{3}\right)$; $D\left(\frac{1}{3}\right)$; $E\left(1\frac{1}{6}\right)$.

258. Поставьте вместо звездочки такой знак, чтобы равенство было верным:

1) $-(* 5) = -5$; 3) $-\left(* \frac{5}{8} \right) = \frac{5}{8}$; 5) $-(* 0,3) = 0,3$;
 2) $*(-3,9) = 3,9$; 4) $*(+0,2) = -0,2$; 6) $*(-0,5) = -0,5$.



259. С двух железнодорожных станций, расстояние между которыми 124 км, одновременно в противоположных направлениях отправились два поезда. Через 1 ч 45 мин расстояние между поездами стало равно 369 км. Отношение скорости первого поезда к скорости второго равно 3 : 2. Найдите скорость каждого поезда.

Ключевые факты.

I. Координатная прямая.

Координатная прямая – это прямая (рис. 1), на которой:

- 1) выбрано начало отсчета;
- 2) выбран единичный отрезок;
- 3) указано положительное направление.

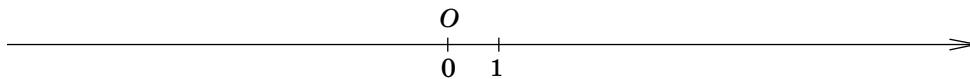


Рис. 1

II. Противоположные числа.

Противоположные числа – это числа, имеющие одинаковые модули, но отличающиеся только знаком.

Например, числа 6 и -6 противоположны $|6| = |-6|$;
 числа 2,5 и $-2,5$ также противоположны $|2,5| = |-2,5|$.

▲ 247. 4) $-\frac{13}{18}$; 6) $-\frac{13}{24}$ 252. 5) 18; 6) 6. 259. 84 км/ч; 56 км/ч.

2.3. Целые числа. Рациональные числа

I. Целые числа.

Температура воздуха утром была -5°C , в полдень стала равной $+2^{\circ}\text{C}$, а к вечеру опять понизилась до 0°C .

Числа: -5 ; $+2$; 0 – целые числа.

Натуральные числа, противоположные им числа и число 0 (нуль) называют *целыми числами*.

Множество целых чисел обозначают буквой Z .

$$Z = \{\dots -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\},$$

где числа: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$ – элементы множества натуральных чисел N .

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}.$$

Значит, множество натуральных чисел N является подмножеством множества целых чисел Z .

$$N \subset Z.$$

Натуральные числа принято называть *целыми положительными числами*, а противоположные им числа – *целыми отрицательными числами*.

II. Рациональные числа.

Число, которое можно записать в виде отношения $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$, называют *рациональным числом*.

1. Любое целое число m можно записать в виде отношения $\frac{m}{1}$.

Например, $-7 = \frac{-7}{1}$; $9 = \frac{9}{1}$; $0 = \frac{0}{1}$.

2. Любую дробь (положительную, отрицательную) можно записать в виде отношения $\frac{m}{n}$.

Например, $-\frac{4}{5} = \frac{-4}{5}$; $0,31 = \frac{31}{100}$; $-8,21 = \frac{-821}{100}$; $6\frac{2}{7} = \frac{44}{7}$.

Значит, числа: -7 ; 9 ; 0 ; $-\frac{4}{5}$; $0,31$; $-8,21$; $6\frac{2}{7}$ – рациональные числа.

Любое рациональное число можно записать в виде дроби, числитель которой целое число (Z), а знаменатель – натуральное число (N).

Целые числа, отрицательные и положительные дробные числа называются рациональными числами.

Множество рациональных чисел обозначают буквой Q . Слово «рациональное» происходит от латинского слова *ratio* – отношение (частное).

Множество целых чисел Z является подмножеством рациональных чисел Q :

$$Z \subset Q.$$

На рисунке 2.14 кругами Эйлера–Венна изображены соотношения между множествами натуральных чисел (N), целых чисел (Z) и рациональных чисел (Q).

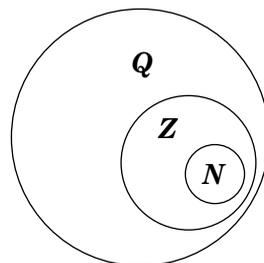


Рис. 2.14

$$N \subset Z \subset Q.$$



1. Какие числа называют целыми?
2. Каково соотношение между множествами натуральных чисел и целых чисел?
3. Какие числа называют рациональными?
4. Каково соотношение между множествами целых чисел и рациональных чисел?

260. Вычислите (устно):

1) $9 : 3$	2) $4,4 - 0,8$	3) $\frac{1}{4} + 0,15$	4) $4,5 : 9$
$\cdot \frac{2}{3}$	$: 9$	$: \frac{2}{5}$	$: \frac{1}{2}$
$-1 \frac{3}{5}$	$\cdot 25$	$-0,6$	$-\frac{3}{7}$
$: 2$	$-8,3$	$+2,1$	$\cdot \frac{7}{4}$
$\frac{+0,8}{?}$	$\frac{: 10}{?}$	$\frac{\cdot 4}{?}$	$\frac{\cdot \frac{7}{4}}{?}$

A

261. Запишите целыми числами:

- 1) Футбольная команда забила в ворота соперника 3 мяча, а в свои ворота пропустила 1 мяч.

2) Футбольная команда пропустила в свои ворота 3 мяча, а в ворота соперника забила 2 мяча.

262. Запишите все целые числа, заключенные в промежутке между заданными числами на координатной прямой (рис. 2.15).

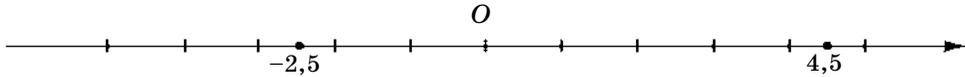


Рис. 2.15

263. Между какими целыми числами на координатной прямой расположено число:

1) 3,7; 2) $-1,5$; 3) $-2\frac{1}{3}$; 4) 0,9?

264. 1) A – множество целых однозначных чисел. Запишите множество A перечислением его элементов.

2) B – множество натуральных однозначных чисел. Запишите множество B перечислением его элементов.

3) Изобразите с помощью кругов Эйлера–Венна соотношение между множествами A и B .

265. Прочитайте высказывания. Выпишите из них истинное:

1) $8 \in N$; 3) $-0,5 \in Q$; 5) $-6 \in Z$; 7) $0 \in N$;

2) $\frac{1}{3} \in Z$; 4) $-9 \in N$; 6) $1\frac{3}{8} \in Q$; 8) $0 \in Q$.

В

266. Запишите целыми числами температуру воздуха в разное время суток.

1) Днем температура воздуха была 3°C тепла, а вечером стала 4°C холода.

2) Утром температура воздуха была на 2°C ниже нуля, а в полдень стала на 5°C выше нуля.

267. Выделите из следующих рациональных чисел -30 ; 5 ; $-\frac{1}{3}$; 9 ; -27 ; 13 ; -9 ; 4 ; $-0,2$; 0 ; 27 ; -13 :

1) целые положительные числа;

2) целые отрицательные числа.

268. Выпишите из чисел:

6 ; $-0,8$; $-\frac{2}{3}$; 0 ; $2,7$; $-3\frac{1}{6}$; $-8,5$; 14 ; -2 в одну сторону неотрицательные числа, а в другую – неположительные числа.

269. Представьте в виде отношения $\frac{m}{n}$ (где m – целое число, а n – натуральное число) следующие числа: 6; 4,8; $2\frac{1}{3}$; 1; 0; -8; $-7\frac{1}{5}$; $-9\frac{2}{3}$.

При раскрытии скобок в выражениях с рациональными числами используются правила знаков.

Правила знаков:

Если перед скобкой стоит знак «+», то при записи без скобок знаки чисел сохраняются.

Например, $+(+6) = +6$; $+(-7) = -7$.

Если перед скобкой стоит знак «-», то при записи без скобок знак числа меняется на противоположный.

Например, $- (+4) = -4$; $- (-9) = +9$.

Правила знаков в виде таблицы:

$+(+) \rightarrow +$	$+(-) \rightarrow -$
$- (+) \rightarrow -$	$- (-) \rightarrow +$

270. Используя правила знаков, данные рациональные числа запишите без скобок:

$$1) a = +(-1,9); 3) c = +\left(+\frac{3}{8}\right); \quad 5) p = -\left(+\frac{2}{3}\right);$$

$$2) b = -(+0,75); \quad 4) d = -(-2); \quad 6) k = +(-1).$$

271. Перерисуйте в тетрадь диаграмму Эйлера–Венна (рис. 2.16), где изображены множество натуральных чисел (N) и множество целых чисел (Z). Отметьте на ней элементы множеств N и Z из данных чисел: 5; -3,8; -9; $\frac{1}{2}$; 7; 0,6; -14; 0; 23; -8; 3.

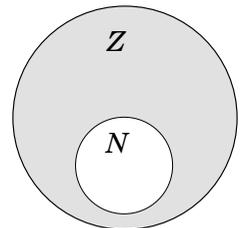


Рис. 2.16

272. Выберите верные утверждения:

- 1) Любое натуральное число является элементом множества целых чисел.
- 2) Любое целое число является элементом множества натуральных чисел.
- 3) Любое рациональное число является элементом множества целых чисел.

- 4) Любое целое число является элементом множества рациональных чисел.
 5) Число 0 является элементом множества рациональных чисел.

273. Вычислите:

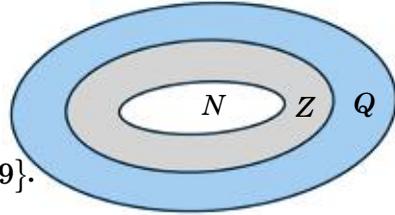
- Б. $(17 - 8,5 : 3,4) \cdot 0,6$; А. $(9,6 \cdot 0,4 - 1,24) : 1,3$;
 Т. $(5,4 : 3,6 - 1,3) \cdot 8,5$; Р. $(4,9 + 8,4 : 5,6) : 1,6$;
 О. $(1,8 \cdot 3,4 + 0,88) : 0,35$; И. $(2,8 \cdot 3,5 - 7,4) : 0,8$.

20	4	8,7	3	1,7	2

В таблице под числами, являющимися значениями выражений, запишите букву, стоящую рядом с соответствующим выражением. У вас получится название замкнутой кривой, по которой движется планета.

С

274. Перерисуйте в тетрадь диаграмму множеств N , Z и Q (рис. 2.17). Отметьте на ней элементы множества A .



$$A = \{8; -3,7; -5; 4; -2; 0; 6; 5,8; 2; -7; -4,9\}.$$

Рис. 2.17

275. Заполните рамочки. Запишите рациональное число в виде дроби с числителем – целое число; и со знаменателем – натуральное число.

- 1) $-3 \frac{\square}{2} = \frac{-7}{\square}$; 3) $-\square \frac{3}{5} = \frac{-23}{\square}$; 5) $-6 \frac{1}{\square} = \frac{-\square}{2}$;
 2) $\square \frac{5}{9} = \frac{14}{\square}$; 4) $-2 \frac{\square}{7} = \frac{-18}{\square}$; 6) $\square \frac{1}{3} = \frac{22}{\square}$.

276. У Сауле братьев в 3 раза больше, чем сестер. У ее брата Мурата столько же сестер, сколько братьев. Сколько детей в семье?

277. Значение выражений запишите в виде рационального числа $\frac{m}{n}$ (где m – целое число, n – натуральное число).

1) сумму: а) $\frac{2}{7} + \frac{1}{3}$; б) $2,6 - 4,5$;

2) произведение: а) $1\frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{3}{11}\right)$; б) $0,75 \cdot 1,4$;

3) частное: а) $2\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; б) $10,5 : (-4,2)$.

278. Вычислите:

$$\left(\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{7}{9}\right) : 1\frac{2}{3} + \left(2,75 - \frac{2}{3}\right) \cdot 1,2}{15 : 2,4 - 6\frac{1}{36} + \left(\frac{7}{30} + \frac{5}{12}\right) : 0,13} \right) : 0,125.$$

A. 16; B. 12; C. 9; D. 34.

Ключевые факты.

I. Множество целых чисел.

Натуральные числа, числа, им противоположные, и число 0 образуют множество *целых чисел*.

Множество целых чисел обозначают буквой Z .

$$Z = \{\dots -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

II. Множество рациональных чисел.

Целые числа и дроби (положительные и отрицательные) составляют вместе множество *рациональных чисел*.

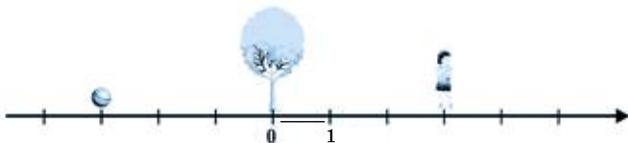
Множество рациональных чисел обозначают буквой Q . Например, 3 ; $\frac{5}{8}$; $1,2$; -34 ; $-2\frac{1}{9}$; $-4,6$ – рациональные числа.

Любое рациональное число, как целое, так и дробное, можно представить в виде отношения $\frac{m}{n}$, где m – целое число; n – натуральное число.

Например, $9\frac{1}{4} = \frac{37}{4}$; $-6\frac{2}{3} = \frac{-20}{3}$; $5,16 = \frac{516}{100}$.



Справа от дерева на расстоянии 3 м стоит девочка, а слева от него на расстоянии 3 м лежит мяч.



- 1) Дерево расположено в начале отсчета. Единичный отрезок равен 1 м. Запишите координаты точек, соответствующих месту расположения мяча и девочки.
- 2) На каком расстоянии от дерева находится мяч? На каком расстоянии от дерева находится девочка? В чем различие и сходство?

2.4. Модуль числа

Модуль числа.

Точка, изображающая число на координатной прямой, находится на определенном расстоянии от начала отсчета – точки O . Расстояние всегда выражается положительным числом.

Расстояние от точки $A(a)$ до начала отсчета, то есть до точки $O(0)$, называют *модулем числа a* и обозначают $|a|$.

Модуль (по-латински *modus*) в переводе означает «мера», «величина». В некоторых случаях вместо слова «модуль» говорят «абсолютная величина».

1) Модуль положительного числа.

Пример 1. Найдем модуль числа 5. $5 > 0$. На координатной прямой отметим точку $A(5)$ (рис. 2.18).

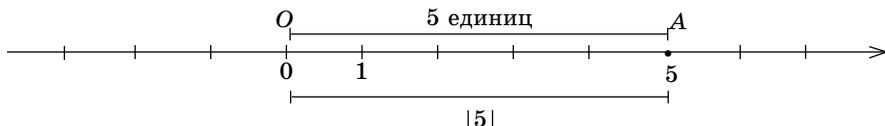


Рис. 2.18

Расстояние от начала отсчета до точки $A(5)$ равно 5 единичным отрезкам. Значит, модуль числа 5 равен 5.

Пишут: $|5| = 5$.

Читают: «модуль числа 5 равен 5».

Модуль положительного числа равен самому числу.

Примеры: $|9, 2| = 9, 2$; $\left|2\frac{3}{7}\right| = 2\frac{3}{7}$.

2) Модуль отрицательного числа.

Пример 2. Найдем модуль числа -4 . На координатной прямой отметим точку $B(-4)$ (рис. 2.19).



Рис. 2.19

Расстояние от начала отсчета до точки $B(-4)$ равно 4 единичным отрезкам. Тогда модуль числа -4 равен 4.

Пишут: $|-4| = 4$.

Читают: «модуль числа -4 равен 4».

Модуль отрицательного числа равен числу, ему противоположному.

Примеры: $|-2| = -(-2) = 2$, или $|-2| = 2$;

$|-9, 2| = -(-9, 2) = 9, 2$, или $|-9, 2| = 9, 2$.

3) Модуль числа 0 (нуль).

Модуль числа 0 равен 0, так как точка с координатой 0 совпадает с началом отсчета – точкой O. Пишут: $|0| = 0$.

Модуль нуля равен нулю.

С помощью букв определение модуля числа можно записать так:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a > 0; \\ 0, & \text{если } a = 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Например, найдем модули чисел 6 и -7 .

1) $6 > 0$, $|6| = 6$;

2) $-7 < 0$, $|-7| = -(-7) = 7$; $|-7| = 7$.

Модуль любого рационального числа, кроме нуля, — число положительное.

4) Модули противоположных чисел.

Пример 3. Рассмотрим модули противоположных чисел -3 и 3 . Противоположные числа на координатной прямой расположены на одинаковом расстоянии от начала отсчета, но в противоположных направлениях (рис. 2.20).

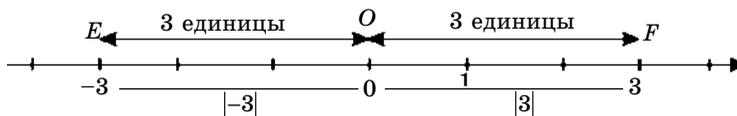


Рис. 2.20

$|-3| = |3|$, так как точки $E(-3)$ и $F(3)$ удалены от начала отсчета на одинаковом расстоянии, равном 3 единичным отрезкам.

Противоположные числа имеют равные модули: $|-a| = |a|$.

Например, $|-3\frac{1}{8}| = 3\frac{1}{8}$; $|3\frac{1}{8}| = 3\frac{1}{8}$. Тогда $|-3\frac{1}{8}| = |3\frac{1}{8}|$, $|-2,9| = |2,9|$

и т.д.

Противоположные числа — это числа, имеющие равные модули, но отличающиеся знаком.

Пример 4. Решить уравнение $|x| = 4$:

1) если $x \geq 0$;

2) если $x < 0$.

По определению модуля

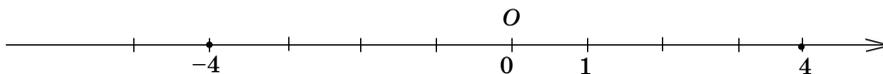
$$|x| = x,$$

$$x = 4$$

$$|x| = -x,$$

$$-x = 4,$$

$$x = -4.$$



Ответ: $-4; 4$.

Пример 5. Решите уравнение $|5x - 8| = 0$:

$$5x - 8 = 0,$$

$$5x = 8,$$

$$5x = 3,$$

$$x = 1,6.$$

Ответ: $1,6$.



1. Что называют модулем числа?

2. Как обозначают модуль числа?

3. Каким числом выражается модуль отрицательного числа? Приведите примеры.

4. Каким числом выражается модуль положительного числа? Приведите примеры.

279. 1) Прочитайте равенства, используя слово «модуль»:

$$|3| = 3; \quad |-5| = 5; \quad |0,8| = 0,8; \quad |-2,5| = 2,5; \quad \left| \frac{5}{9} \right| = \frac{5}{9}; \quad \left| -1 \frac{4}{7} \right| = 1 \frac{4}{7}.$$

2) Сколько единичных отрезков на координатной прямой от начала отсчета до точки:

а) $A(-2)$; б) $B(63)$; в) $C(-13)$; г) $D(8)$?

A

280. Найдите модули следующих чисел. Ответы запишите в виде равенства:

а) $-2; 5; 14; -56; 100; -420$;

б) $4,2; -7,3; -11,5; 16,2; -20,7$;

в) $-\frac{1}{3}; \frac{5}{9}; -1\frac{5}{6}; 3\frac{1}{7}; -8\frac{3}{11}; 4\frac{3}{8}$.

281. Поставьте вместо точек соответствующие числа:

$$|3| = \dots; \quad \left| \frac{1}{5} \right| = \dots; \quad |0| = \dots; \quad \left| -\frac{4}{9} \right| = \dots; \quad |-14| = \dots; \quad |-0,1| = \dots; \quad \left| 3\frac{1}{3} \right| = \dots;$$

$$|-0,4| = \dots; \quad |2,5| = \dots; \quad |-5,6| = \dots; \quad |-9| = \dots; \quad |7,1| = \dots$$

282. Выпишите равные модули:

$$|-2|; \quad |-21,3|; \quad \left| \frac{1}{4} \right|; \quad \left| \frac{5}{9} \right|; \quad |2|; \quad \left| -\frac{1}{4} \right|; \quad |0|; \quad |21,3|; \quad \left| -\frac{5}{9} \right|.$$

283. Запишите модуль числа, являющегося координатой данной точки:
 $A(7)$; $B(-4,3)$; $C(0)$; $D(-2,9)$; $E(1)$.

284. Модуль каких противоположных чисел равен: 1) 7; 2) 23; 3) 0,3;
 4) 100?

Используя знак модуля, запишите в виде равенств.

285. Изобразите точками на координатной прямой все корни следующих уравнений:

1) $|x|=2$; 3) $|y|=3,5$; 5) $|x|=1$;

2) $|x|=1,5$; 4) $|y|=4\frac{1}{2}$; 6) $|x|=4$.

Образец: Решим уравнение $|x|=9$.

Расстояние от начала отсчета до точки x равно 9 единичным отрезкам (рис. 2.21). Это точки с координатами -9 и 9 . Уравнение имеет два решения: 1) если $x \geq 0$, то $x = 9$; 2) если $x < 0$, то $x = -9$.

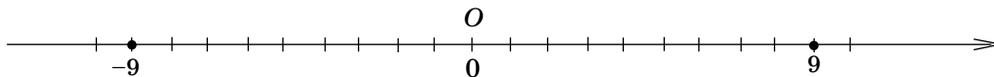


Рис. 2.21

О т в е т: -9 ; 9 .

286. Найдите значение выражения:

1) $|-4,2| + 3$; 3) $\left| \frac{7}{12} \right| - \left| -\frac{5}{12} \right|$; 5) $\left| -\frac{5}{9} \right| \cdot \left| \frac{3}{5} \right|$;

2) $|-90| : 15$; 4) $|35| + |-8|$; 6) $|-100| \cdot |0|$.

287. Решите уравнения:

1) $|x| = 3$; 3) $|y| = \frac{2}{3}$; 5) $-|m| = 8$; 7) $-|x| = -0,9$;

2) $|x| = -3,9$; 4) $-|y| = -0,2$; 6) $|-n| = 6$; 8) $-|x| = -7$.

288. Решите уравнения:

1) $|m| + 3 = 12$; 3) $6|y| + 0,7 = 4,3$; 5) $|m| \cdot \frac{5}{9} - 1\frac{1}{3} = 2$;

2) $|n| - 6 = 10,3$; 4) $2,6|y| - 4,6 = 3,2$; 6) $3,4|n| + 0,45 = 3$.

В

289. Найдите расстояние (в единичных отрезках) от начала отсчета – точки $O(0)$ до каждой из точек:

$$A(3,9); \quad B(-6,5); \quad C(-9); \quad D\left(1\frac{3}{4}\right); \quad E\left(-7\frac{2}{5}\right).$$

290. Перечертите рисунок 2.22 в тетрадь. Запишите модули координат точек, изображенных на координатной прямой:

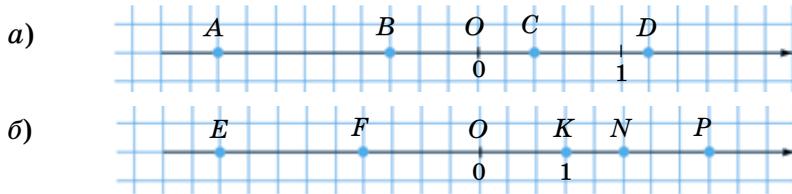


Рис. 2.22

291. На координатной прямой отметьте точки, модуль которых равен:

а) 1; б) 4; в) 0; г) 6.

- Сколько точек в каждом случае?
- Обозначьте точки буквами, запишите их координаты.
- Запишите модули координат отмеченных точек.

292. Найдите x , если:

- | | | |
|---------------------|------------------------|-----------------------|
| 1) $3 x = 12$; | 4) $ x + 3 = 9$; | 7) $ -x : 6 = 2,5$; |
| 2) $5 -x = 3$; | 5) $ -x - 6 = 10,8$; | 8) $- x : 1,8 = 5$; |
| 3) $0,9 x = 5,4$; | 6) $- x + 7 = 10$; | 9) $ x : 0,75 = 4$. |

Образец: $7|x| = 42$;

$$|x| = 42 : 7;$$

$$|x| = 6,$$

Если $x \geq 0$, Если $x < 0$,

то $x = 6$. то $x = -6$.

Значит, $x = 6$ или $x = -6$.

О т в е т: $-6; 6$.

293. Решите уравнения:

1) $|9y| = 0$;

3) $|3x - 1| = 0$;

5) $|5x - 4| = 0$;

2) $|x - 5| = 0$;

4) $|7x - 2| = 0$;

6) $|10x - 1| = 0$.

294. Выполните действия:

1) $|7,5| + |-5,3|$;

3) $\left| -2\frac{1}{6} \right| : \left| 4\frac{1}{3} \right|$;

5) $\left| -9\frac{3}{7} \right| \cdot \left| \frac{7}{11} \right| + |-2,9|$;

2) $|-12,8| - \left| -5\frac{1}{4} \right|$;

4) $|5,7| \cdot \left| -2\frac{2}{19} \right|$;

6) $|-6,2| : |0,2| - |-7,4|$.

295.

Заполните магические квадраты:

16		
14	15	10

		36
	29	1
22		

	37	31
	25	
19		

296. Решите задачу с помощью уравнения.

Моторная лодка отплыла от пристани в 9 ч и поплыла со скоростью 9,6 км/ч. Через час за ней вдогонку вышел катер со скоростью 14,4 км/ч. Во сколько часов катер догонит моторную лодку?

297. Вычислите:

$$1) \left(3 + \frac{1}{\frac{5}{12} + \frac{1}{3}} \right) + \left(2 + \frac{1}{3 + \frac{3}{4}} \right) - \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} \right).$$

С

298. Вычислите сумму по методу сложения Гаусса.

1) $|-5| + |7| + |-9| + |11| + |-13| + |15| + |-17| + |19|$;

2) $|9| + |-8,5| + |8| + |-7,5| + |7| + |-6,5| + |6| + |-5,5| + |5| + |-4,5|$.

299. Найдите значения выражений:

1) $|m| + |n|$ при $m = -1,8$; $n = 2,6$;

2) $|m| - |n|$ при $m=6,43$; $n=-1,95$;

3) $|m| \cdot |n|$ при $m = 5\frac{1}{3}$; $n=0,75$;

4) $|m| : |n|$ при $m=0,56$; $n=0,14$.

300. Решите уравнения:

1) $7|x| - 6|x| = 1$; 3) $|-x| + 4|-x| = 9$; 5) $|2x| + 3|2x| = 2,4$;

2) $2|x| + 3|x| = 8$; 4) $5|-x| - 2|-x| = 18$; 6) $4|3x| + 5|3x| = 8,1$.

301. Вычислите:

1) $3 \cdot |-0,8| + 0,9 \cdot |6|$; 3) $\frac{5}{12} \cdot \left| -\frac{4}{5} \right| + 2,4 : |-3,6|$;

2) $\frac{5}{8} \cdot |0,8| + |-4,5| : 0,3$; 4) $0,19 + |-0,17| \cdot 3 - |2,4| : 6$.

302*. Решите уравнения:

1) $||x| - 3| = 0$; 3) $|4 - |x|| = 0$; 5) $|7 - 2|x|| = 0$;

2) $||x| + 2| = 0$; 4) $|2|x| - 5| = 0$; 6) $4|x| - 9 = |x|$.

303. Вычислите:

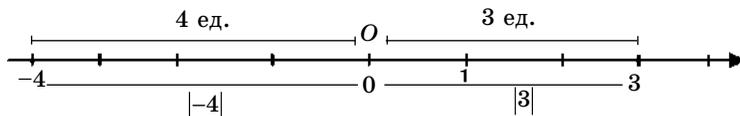
$$\left(\frac{4\frac{1}{6} + 1,25}{3,5 - 1\frac{1}{3}} \cdot \frac{2,6 - 1\frac{2}{3}}{0,2 + \frac{1}{30}} \cdot 3,2 \right) : \left(\frac{0,85}{\frac{7}{12} - 0,375} - 0,08 \right).$$

Ключевые факты.

Модуль числа.

Модулем числа a называют расстояние (в единичных отрезках) от начала координат до точки $A(a)$.

Например, $|-4| = 4$; $|3| = 3$.



1. Модуль положительного числа равен самому числу.

$$|9| = 9; \quad |6| = 6.$$

2. Модуль отрицательного числа равен противоположному ему числу:

$$|-2| = 2; \quad |-10| = 10.$$

3. Модуль нуля равен нулю:

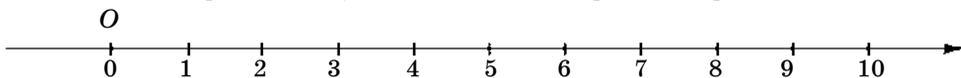
$$|0| = 0.$$



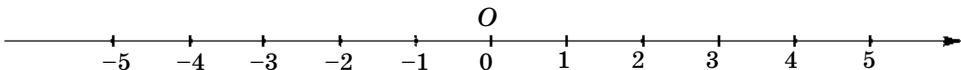
288. 1) -9 ; 9; 5) -6 ; 6. **293.** 2) 5; 5) 0,8; 6) 0,1. **294.** 5) 8,9; 6) 23,6. **296.** В 12 ч. **297.** 5. **298.** 2) 67,5. **299.** 1) 4,4; 2) 4,48. **300.** 1) -1 ; 1. 2) $-1,6$; 1,6. **302.** 1) -3 и 3; 2) Нет решений; 4) $-2,5$; 2,5; 6) -3 ; 3. **303.** 8.



Известно, что на координатном луче большее число изображается правее меньшего числа.



Тогда $0 < 1$; $1 < 2$; $2 < 3$; $3 < 4$; $4 < 5$... На координатной прямой точно так же большее число изображается правее меньшего числа.



1) Увеличиваются или уменьшаются числа на координатной прямой в направлении от нуля влево?

2) Используя координатную прямую, сравните числа. Поставьте вместо звездочки знак $>$ или $<$ так, чтобы получилось верное равенство.

$$(-5) * (-4); \quad (-4) * (-3); \quad (-3) * (-2); \quad (-2) * (-1); \quad (-1) * 0.$$

2.5. Сравнение рациональных чисел

I. Сравнение положительных чисел, отрицательных чисел и числа 0.

Вы уже умеете сравнивать положительные числа. А теперь надо научиться сравнивать числа, среди которых имеются и отрицательные.



Задание. Вчера температура воздуха была 2°C , а сегодня она понизилась и стала -3°C (рис. 2.23).

1) Сравните вчерашнюю температуру воздуха с сегодняшней.

2) Отметьте на координатной прямой числа 2 и -3 .

Какое число расположено правее: большее или меньшее?

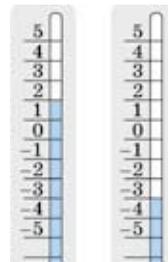


Рис. 2.23

3) Сформулируйте вывод о том, как на координатной прямой располагаются неравные числа.

Проверьте себя.

1. По показанию термометра (рис. 2.23) вчерашняя температура выше (больше), чем сегодняшняя, значит, число 2 больше числа -3 :

$$2 > -3.$$

2. На координатной прямой отметим точки, соответствующие числам 2 и -3 . (рис. 2.24).

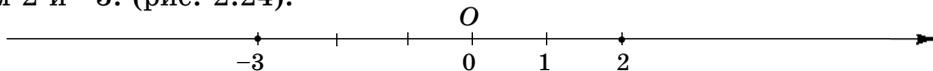


Рис. 2.24

На координатной прямой большее число (число 2) расположено правее, чем меньшее число (-3).

3. Вывод.

Из двух рациональных чисел большее изображается на координатной прямой правее, а меньшее – левее.

На рисунке 2.25 на координатной прямой изображены рациональные числа: -4 ; $-1,5$; 0 ; $2\frac{1}{3}$; $3,5$.

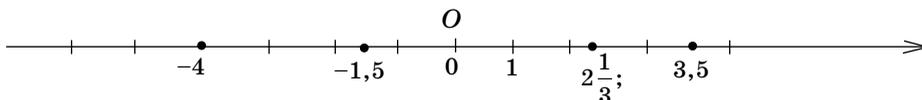


Рис. 2.25

$$-4 < 2\frac{1}{3}; 3,5 > -1,5; 2\frac{1}{3} > -1,5; 3,5 > 0; 0 > -4.$$

*Любое отрицательное число меньше любого положительного числа.
Любое положительное число больше нуля.*

$$a > 0, \text{ где } a - \text{положительное число.}$$

Любое отрицательное число меньше нуля.

$$a < 0, \text{ где } a - \text{отрицательное число.}$$

II. Сравнение двух отрицательных чисел.

Вчера температура воздуха была -2°C , а сегодня она понизилась и стала -5°C (рис. 2.26).

Столбик жидкости в термометре при температуре -2°C выше, чем при температуре -5°C . Значит, число -2 больше числа -5 . Пишут:

$$-2 > -5.$$

Сравним модули чисел -2 и -5 . Если числа -2 и -5 изобразим на координатной прямой (рис. 2.27), то точка B , соответствующая числу -2 , расположена ближе к началу отсчета, чем точка A , соответствующая числу -5 .

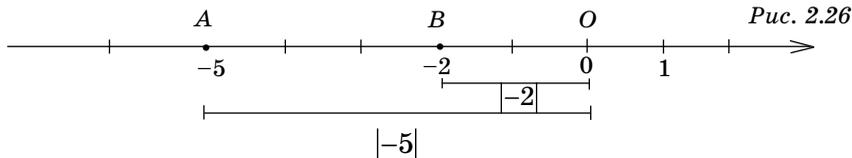
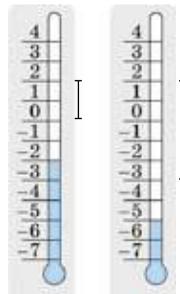


Рис. 2.27

Тогда, по определению модуля:

$$|-2| < |-5|.$$

Вывод:

Из двух отрицательных чисел больше то, у которого модуль меньше.

Например, $|-10| > |-4|$, то $-10 < -4$;

$|-3,7| < |-6|$, то $-3,7 > -6$;

$|\frac{1}{2}| < |\frac{3}{4}|$, то $-\frac{1}{2} > -\frac{3}{4}$.



- 1) Какое число больше: положительное или отрицательное?
- 2) Какие числа больше нуля?
- 3) Какие числа меньше нуля?
- 4) Какое из двух отрицательных чисел считается большим?

304. 1) Назовите самое меньшее: а) однозначное наименьшее целое число; б) двузначное наименьшее целое число.
- 2) Назовите самое большое: а) однозначное наибольшее целое число; б) двузначное наибольшее целое число.

А

305. Сравните с числом нуль и результат запишите в виде неравенства:

а) 4; -7; 8; -1; б) $-\frac{3}{5}$; $2\frac{7}{8}$; $-\frac{1}{4}$; в) 8,1; -3,7; -9,8.

306. Сравните числа и результат запишите с помощью знака $>$ или $<$:

1) 8,7 и 7,8; 4) -6 и -11; 7) 2,9 и -9,2;
 2) -4,1 и 2; 5) -18 и -1,8; 8) -8,5 и 0;
 3) $\frac{3}{8}$ и $-\frac{5}{8}$; 6) $-2\frac{1}{7}$ и -5; 9) $-3\frac{1}{2}$ и $-3\frac{3}{4}$.

307. 1) Запишите числа в порядке возрастания: $-\frac{1}{4}$; 3; $-2\frac{3}{5}$; 1,7; -8; 9,5; -4.

2) Запишите числа в порядке убывания: 3,5; -4,1; $-\frac{1}{2}$; 2; 0; -1; $-\frac{2}{5}$.

308. Сравните координаты точек A и B ; C и D ; K и L , изображенные на рисунке 2.28.

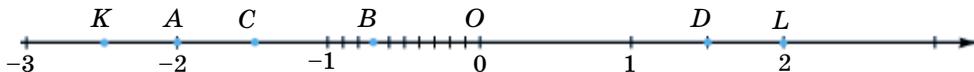


Рис. 2.28

309. Заполните таблицу, сравнив температуры.

Температура, °С	3 и -4	-7,5 и -1	0 и -2	5 и -3	0 и 8
Неравенство					

310. Сравните:

1) $|-5|$ и $|3|$; 3) $|-8|$ и $|-10|$; 5) $|15|$ и $|-16|$;
 2) $|-2|$ и $|4|$; 4) $|-9|$ и $|6|$; 6) $|-100|$ и $|99|$.

311. Запишите в виде неравенства:

- 1) 5,7 – положительное число;
- 2) -99 – отрицательное число;
- 3) число x больше пяти, но меньше семи;
- 4) число y не больше шести.

312. Между какими соседними целыми числами на координатной прямой заключено число:

- 1) $1\frac{5}{8}$; 2) 2,3; 3) -7,8; 4) -0,2;
 5) -10,1; 6) 0,9; 7) $-15\frac{1}{5}$; 8) -18,2?

Ответ запишите в виде двойного неравенства.

Образец: $-4 < -3,7 < -3$.

313. Запишите в виде двойного неравенства температуру (t), благоприятную для роста и развития различных культур.

Виды культур	Температура	Двойное неравенство
Пшеница, ячмень, овес	от -5°C до $+30^{\circ}\text{C}$	
Кукуруза, подсолнечник	от $+10^{\circ}\text{C}$ до $+44^{\circ}\text{C}$	
Дыня, арбуз, огурец	от $+10^{\circ}\text{C}$ до $+37^{\circ}\text{C}$	

В

314. На координатной прямой изображены числа a , b , c , d . Выберите верное неравенство (рис. 2.29).

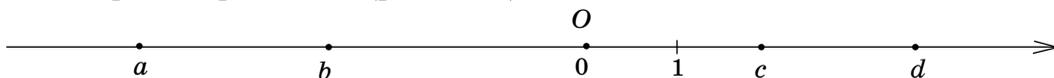


Рис. 2.29

- 1) $a < b$; 3) $a < d$; 5) $a > c$;
 2) $b > c$; 4) $d > c$; 6) $b < d$.

315. Поставьте вместо звездочки знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $(-3) * (-1)$; 3) $(-0,99) * (-100)$; 5) $\left(-\frac{3}{8}\right) * \left(-\frac{1}{4}\right)$;
 2) $\left(-\frac{1}{4}\right) * \left(-\frac{2}{5}\right)$; 4) $\left(-1\frac{3}{4}\right) * (-1,5)$; 6) $(-0,85) * (-0,86)$.

316. Сравните числа, результат запишите с помощью знака $>$ или $<$:

- 1) $-\frac{2}{5}$ и $-\frac{2}{3}$; 3) $-\frac{3}{5}$ и $-\frac{3}{7}$; 5) $-7\frac{1}{5}$ и $-\frac{5}{12}$;
 2) $-2\frac{5}{14}$ и -3 ; 4) $-\frac{5}{9}$ и $-\frac{7}{9}$; 6) $-\frac{3}{8}$ и $-\frac{3}{10}$.

317. Сравните:

1) $|-3,9|$ и $|3,9|$; 3) $|-1,4|$ и $|-14|$; 5) $\left|-\frac{4}{7}\right|$ и $\left|-\frac{4}{5}\right|$;

2) $|30|$ и $|-50|$; 4) $\left|-\frac{2}{3}\right|$ и $\left|-\frac{1}{2}\right|$; 6) $\left|-\frac{7}{9}\right|$ и $\left|\frac{7}{9}\right|$.

318. Найдите целое значение x , удовлетворяющее двойное неравенство:

1) $1,3 < x < 2,4$; 3) $-8,5 < x < -7,25$;

2) $-1,6 < x < 0$; 4) $-0,7 < x < 0,5$.

319. Имеется 15 внешне одинаковых колец, из них 14 одинаковой массы, одно бракованное легче остальных. Как с помощью не более трех взвешиваний на чашечных весах без гирь найти бракованное кольцо?

320*. Запишите перечислением элементов множество целых чисел (A), удовлетворяющих неравенствам:

1) $|x| < 2$; 3) $|x| \geq 5$; 5) $|x| > 6$;

2) $|x| > 3$; 4) $|x| \leq 4$; 6) $|x| \leq 2$.

321.⁰ Поезд длиной 510 м проехал мост длиной 750 м за 1 мин 10 с. Через некоторое время с той же скоростью он проехал тоннель за 1,5 мин. Какова длина тоннеля?

A. 900 м; B. 1110 м; C. 1200 м; D. 850 м.

322. Решите пропорцию рациональным способом:

1) $\frac{8,1}{5,4} = \frac{5x+6}{54}$; 2) $\frac{0,7}{1,05} = \frac{x-2}{10,5}$; 3) $\frac{7x+5}{16} = \frac{4}{1,6}$.

С

323*. Поставьте вместо звездочки знак $<$ или знак $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $-(-7) * 0$; 3) $-(-2) * -100$; 5) $-14 * |-5|$;
 2) $-99 * 9$; 4) $-8 * |-1|$; 6) $|-6| * |3|$.

324. Какие цифры можно записать вместо звездочки так, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $-7348 > -734*$; 4) $-29,31 < -*9,31$;
 2) $-4615 < -46*5$; 5) $-58,4* > -58,41$;
 3) $-\frac{2}{7} < -\frac{*}{7}$ 6) $-\frac{3}{*} < -\frac{3}{5}?$

325. Сравните:

- 1) $|1,5| + |8| * |1,5 + 8|$; 3) $\left| -1\frac{3}{5} \right| + \left| -4\frac{1}{6} \right| * \left| 4\frac{1}{6} + 1\frac{3}{5} \right|$;
 2) $|7| + \left| -\frac{5}{9} \right| * \left| 7 - \frac{5}{9} \right|$; 4) $\left| 2\frac{3}{8} \right| + |-0,8| * \left| 2\frac{3}{8} - 0,8 \right|$.

326. Поставьте вместо звездочки знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $(-5) * (-5,7)$ и $|-5| * |-5,7|$;
 2) $(-7) * (-6,3)$ и $|-7| * |-6,3|$;
 3) $|-2| * |-1,25|$ и $(-2) * (-1,25)$;
 4) $(-9) * (-8,7)$ и $|-9| * |-8,7|$.

327*. Какую цифру можно вставить вместо звездочки, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $-\frac{2}{3} > -\frac{*}{6}$; 3) $-\frac{7}{12} > -\frac{*}{4}$; 5) $-\frac{5}{9} < -\frac{2}{*}$;
 2) $-\frac{1}{5} < -\frac{*}{15}$; 4) $-\frac{*}{7} < -\frac{14}{21}$; 6) $-\frac{3}{*} < -\frac{1}{6}?$

328. По изображению на координатной прямой (рис. 2.30) сравните:

- 1) числа x и y .

2) модули чисел x и y .

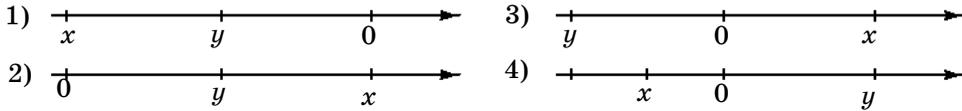


Рис. 2.30

329*. Решите задачу рациональным способом.

Фермер привез на рынок арбузы. В первый день он продал $\frac{1}{3}$ всех арбузов и еще 6. Во второй день — $\frac{1}{4}$ от остатка и еще 8 арбузов, а в третий день продал $\frac{1}{2}$ от нового остатка и 10 арбузов. После этого у него осталось 16 арбузов.

- Сколько всего арбузов привез фермер на рынок?
- Сколько арбузов он продал во второй день?

330. Вычислите:

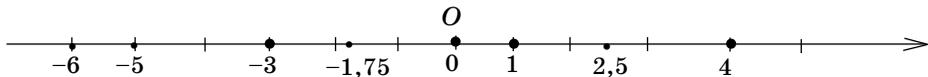
$$\frac{\left(3\frac{7}{25} + 2,72\right) \cdot \frac{5}{24}}{\frac{15}{16} : 3\frac{3}{4} - \frac{2}{9}} - \frac{\left(0,36 + \frac{0,224}{0,35}\right) \cdot 5}{\left(5,85 : 1\frac{19}{20} - 2\frac{5}{9}\right) : 4}$$

Ключевые факты.

Сравнение рациональных чисел.

Из двух рациональных чисел, изображенных на координатной прямой, больше то, которое расположено правее, а меньше то, которое расположено левее.

Например, $2,5 > -6$; $-3 > -5$; $-1,75 < 1$; $-3 < 0$; $4 > 0$.



Любое положительное число больше нуля и больше любого отрицательного числа.

$$2,5 > 0; \quad 2,5 > -5.$$

Любое отрицательное число меньше нуля и меньше любого положительного числа.

$$-5 < 0; \quad -5 < 2,5.$$

Из двух отрицательных чисел меньше то, модуль которого больше.

$$|-6| > |-3|; \quad -6 < -3;$$

▲ **320.** 1) $A = \{-1; 0,1\}$; 2) $A = \{\dots -6, -5, -4, 4, 5, 6, \dots\}$; 3) $A = \{\dots, -7, -6, -5, 5, 6, 7, \dots\}$; 4) $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$; 5) $A = \{\dots, -9, -8, -7, 7, 8, 9, \dots\}$; 6) $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. **322.** 1) 15; 2) 9; 3) 5. **329.** • Фермер привез на рынок 129 арбузов. • 28 арбузов он продал во второй день. **330.** 0.

2.6. Сложные задачи на движение по реке (Для дополнительного изучения)

$$v_{\text{по теч.}} = v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.}}; \quad v_{\text{соб.}} = (v_{\text{по теч.}} + v_{\text{прот. теч.}}) : 2;$$

$$v_{\text{прот. теч.}} = v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.}}; \quad v_{\text{теч.}} = (v_{\text{по теч.}} - v_{\text{прот. теч.}}) : 2.$$

Пример. По течению реки лодка проплывает расстояние между пунктами A и B за 30 мин, а против течения – за 40 мин. За сколько часов плот проплывет расстояние между пунктами A и B ?

Решение (образец). Примем все расстояния между пунктами A и B за единицу (1) или за x .

1) $1 : 30 = \frac{1}{30}$ – скорость лодки по течению;

2) $1 : 40 = \frac{1}{40}$ – скорость лодки против течения;

3) $\left(\frac{1^4}{30} - \frac{1^3}{40}\right) : 2 = \frac{1}{120} : 2 = \frac{1}{240}$ – скорость течения;

4) $t = \frac{1}{v} = 1 : \frac{1}{240} = 240$ (мин) = 4 (ч) – время, за которое плот про-

плывет расстояние между пунктами A и B .

331. Расстояние между двумя пунктами катер проплывает по озеру за 3 ч. Такое же расстояние по реке плот проплывает за 12 ч. За сколько часов катер проплывет такое же расстояние, если он плывет по течению реки?

- 332.** Лодка проплыла некоторое расстояние по озеру за 3 ч. Такое же расстояние бревно проплывает по реке за 9 ч. Сколько времени затратит лодка на такое же расстояние, плывя против течения реки?
- 333.** Пароход проплыл по течению реки 68,6 км за 2 ч, а против течения реки за то же время – расстояние на 10 км меньше. Какова собственная скорость парохода? Какова скорость течения реки?
- 334.** Теплоход проплывает расстояние между двумя городами по течению реки за 4 ч, а такое же расстояние по озеру – за 5 ч. Сколько времени потребуется плоту, чтобы преодолеть расстояние между этими двумя городами?
- 335.** Расстояние между двумя пристанями катер проплывает по течению реки за 6 ч, а плот – за 42 ч. За сколько часов катер проплывет такое же расстояние по озеру?



В

- 336.** Лодка и плот плывут по реке в одном направлении. Плот плывет со скоростью 2,6 км/ч, а лодка – со скоростью 10 км/ч. Какое расстояние проплывет лодка с такой же собственной скоростью, плывя 3 ч против течения реки?
- 337.** Расстояние между двумя причалами *A* и *B* по реке плот проплывает за 18 ч, а катер такое же расстояние против течения реки – за 2 ч. За сколько часов катер проплывет расстояние между этими причалами *A* и *B* по озеру?
- 338.** Лодка плыла по течению реки 45 мин, а против течения – 30 мин. Всего лодка проплыла 11,7 км. Скорость течения реки 1,8 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.
- 339.** Расстояние между двумя пунктами катер проплывает по течению реки за 4 ч, а против течения – за 5 ч. За сколько часов между теми же пунктами проплывет плот?
- 340.** Расстояние между двумя причалами байдарка проплывает по течению реки за 30 мин, а против течения – за 40 мин. Скорость течения реки равна 50 м/мин. Каково расстояние между двумя причалами?



341. Катер проходит расстояние между пристанями A и B по течению реки за 4 ч, а против течения – за 6 ч. Какую часть расстояния между пристанями A и B проплывет бревно за 3 ч?
342. Расстояние между двумя городами теплоход проплывает по озеру за 4 ч, а против течения реки – за 5 ч. Сколько времени тратит теплоход на тот же путь по течению реки?

С

343. Моторная лодка проходит расстояние между двумя пристанями A и B по течению реки за 6 ч, а против течения – за 8 ч. Скорость течения реки равна 3 км/ч.
- Каково расстояние между двумя пристанями?
 - Определите собственную скорость моторной лодки.
- 344*. Расстояние между двумя причалами лодка проплывает по течению реки за 2 ч, а против течения – за 3 ч. Собственная скорость лодки равна 8 км/ч.
- Найдите расстояние между двумя причалами.
 - Найдите скорость течения реки.
- 345⁰. Из пункта A в пункт B по реке отплыл плот. Одновременно с ним из пункта B в пункт A вышел теплоход. Теплоход встретил плот через 3 ч после выхода, и еще через 12 мин прибыл в пункт A . Сколько времени плыл плот от пункта A до пункта B ?

▲ 331. За 2,4 ч. 332. 4,5 ч. 333. Собственная скорость парохода 31,8 км/ч. Скорость течения реки 2,5 км/ч. 336. 14,4 км. 337. За 1,8 ч. 338. 9 км/ч. 339. За 40 ч. 340. 12 км. 341. $\frac{1}{8} AB$. 342. 3 ч 20 мин. 343. • 144 км; • 21 км/ч. 344. • 19,2 км; • 1,6 км/ч. 345. 48 ч.



**Исторические сведения о системах счисления
и отрицательных числах**

Понятие числа – одно из основных понятий науки математики.

На заре развития человеческого общества самым первым действием был счет предметов.

В результате счета предметов возникли натуральные числа. **Знаки, которые используются для обозначения числа, называются цифрами.** Цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 0. Впервые эти цифры начали приме-

няться в Индии. В Европе они были распространены арабами, поэтому эти цифры называются арабскими.

Из них составляются числа.

Общий способ названия и обозначения чисел называют *системой счисления*.

Племена Австралии и Полинезии из цифр 1 и 2 составили числа: три, четыре, пять, шесть. Если число было больше шести, то они называли его «много» или «бесконечно много». Например: один – урапун, два – оказа, три – оказа-урапун, четыре – оказа-оказа, пять – оказа-оказа-урапун, шесть – оказа-оказа-оказа.

У римлян сформировалась пятеричная система счисления. Эта система была использована при записи чисел римскими цифрами: один – I, пять – V, десять – X, пятьдесят – L, сто – C, пятьсот – D, тысяча – M, т. е. буквы латинского алфавита I, V, X, L, C, D, M являются и римскими цифрами.

При записи чисел римскими цифрами используются принципы сложения и вычитания.

В настоящее время используется международная система счисления – *десятичная система*. В десятичной системе счисления 10 единиц любого разряда образуют единицу следующего высшего разряда. Современная десятичная запись натуральных чисел появилась в Индии в VI веке. В этой системе значение каждой цифры зависит от ее места в записи числа, поэтому такую числовую систему называют *позиционной десятичной системой счисления*. На Востоке десятичная позиционная система счисления была введена начиная с IX века. А астрономы Древнего Вавилона использовали шестидесятеричную систему счисления.

Поэтому градусная мера угла и измерение времени были основаны на шестидесятеричной системе счисления (вспомните материал 5 класса).

Значения величин (скорость, высота, температура, цена и т. д.) могут изменяться. Для обозначения изменения величин наряду с положительными числами были введены и отрицательные. Первые сведения о понятии отрицательного числа встречаются в трудах китайских математиков II века до н. э. Положительные числа использовались при «возрастании» величины, а отрицательные – при «убывании». Отрицательные числа обозначали как «долг», а положительные числа понимались как «имущество».

Впервые отрицательные числа встречаются в книге Джань Цаня (III в. до н. э.) «Математика в девяти книгах». Знака «минус» тогда не было, а чтобы отличать положительные и отрицательные числа, Джань Цань писал их чернилами разных цветов.

Древнегреческий ученый Диофант (III в.) свободно оперировал с отрицательными числами.

В VI–VII веках нашей эры индийские математики систематически пользовались отрицательными числами, также считая их как «долг».

Индийский математик и астроном Брамагупта (598–660) впервые использовал арифметические действия над отрицательными числами.

Итальянский математик Леонардо Пизанский (Фибоначчи) (XIII в.) впервые сказал о противоположности отрицательных чисел положительным числам.

С введением в математику отрицательных чисел число 0 приобрело новый смысл. Оно стало началом отсчета, а также было и показателем отсутствия какого-либо разряда, и суммой двух противоположных чисел.

Немецкий математик М. Штифель (XVI в.) впервые рассматривал отрицательные числа как числа меньше нуля.

Современное толкование об изображении отрицательных чисел на координатной прямой влево от начала отсчета было дано в XVII веке голландским математиком А. Жираром (1595–1632).

Французский математик Рене Декарт (1596–1650) в 1637 году ввел понятие о координатной прямой и понятие о положительных и отрицательных числах.

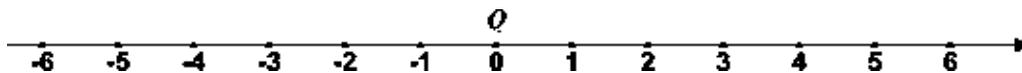
Всеобщее признание отрицательные числа получили в первой половине XVIII века. С тех пор используется и сохранилась до наших дней современная запись отрицательного числа.



Р. Декарт

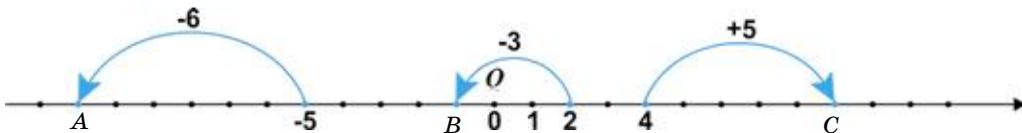


Нам известно, что координата точки на координатной прямой от начала отсчета в положительном направлении увеличивается, а в отрицательном направлении – уменьшается.



Значит, перемещением точки по координатной прямой можно вычислить значение суммы рациональных чисел.

Используя рисунок, вычислите координаты точек A, B и C.



Выберите правильные ответы:

- A (11); C (9); B (1); C (-9); A (-11); B (-1).

2.7. Сложение рациональных чисел с помощью координатной прямой

Сложение рациональных чисел с помощью координатной прямой осуществляется перемещением точки, изображающей число, по координатной прямой.

По данному способу сложения рациональных чисел знаки «+» и «-» рассматриваются не как знаки действия сложения и вычитания, а как указатели направления перемещения точки вдоль координатной прямой: «+» – вправо, а «-» – влево.

Для нахождения значения суммы рациональных чисел a и b с помощью координатной прямой надо:

1. Найти точку A на координатной прямой, соответствующую числу a .

2. Точку A (a) переместить:

1) вправо на b единиц, если b – положительное число. При этом точка A (a) переходит в точку B ($a + b$);

2) влево на b единиц, если b – отрицательное число. При этом точка A (a) переходит в точку B ($a - b$).

Движение точки может начаться от начала отсчета – от точки O или от любой другой точки координатной прямой.

Пример 1. Найдем сумму чисел -3 и 5 .

Решение. Пусть число -3 изображается на координатной прямой точкой A (рис. 2.31). При перемещении точки $A(-3)$ на 5 единиц вправо она переходит в точку $B(2)$, изображающую значение суммы.

Значит, $(-3) + 5 = 2$.

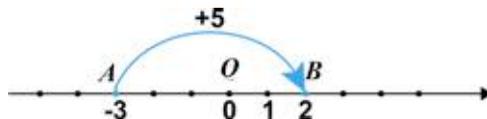


Рис. 2.31

Пример 2. Найдем сумму чисел 4 и -7 .

Решение. Пусть число 4 изображается точкой A (рис. 2.32). При перемещении точки $A(4)$ на 7 единиц влево она переходит в точку $B(-3)$.

Значит, $4 + (-7) = -3$.

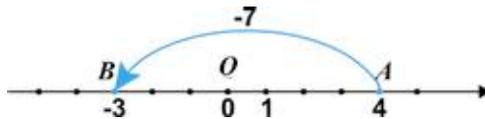


Рис. 2.32

Вывод:

Прибавить к числу a число b – значит изменить число a на b единиц.

Пример 3. Найдем сумму чисел 5 и -5 .

Решение. Пусть число 5 изображается на координатной прямой точкой B (рис. 2.33). При перемещении точки $B(5)$ на 5 единиц влево она переходит в точку $O(0)$ – начало отсчета.

Значит, $5 + (-5) = 0$.

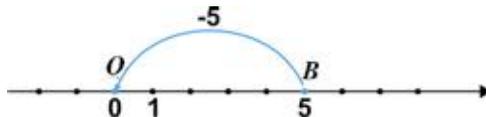


Рис. 2.33

Сумма двух противоположных чисел равна нулю: $a + (-a) = 0$.

Любое число от сложения с числом 0 не изменяется (рис. 2.34):

$$a + 0 = a.$$

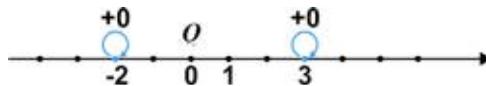


Рис. 2.34



1. Как изменится координата точки при перемещении ее по координатной прямой: вправо? влево?
2. Что значит «прибавить к числу a число b »?
3. Чему равна сумма противоположных чисел?

346. Вычислите устно:

1) $4 : 8$	2) $2\frac{4}{5} - 0,8$	3) $0,9 \cdot 4$	4) $4,2 : 6$
$+3,5$	$\cdot 0,5$	$+6,4$	$\cdot 10$
$-1,8$	$: 0,1$	$: 3$	$: 9$
$\cdot 3$	$-9,1$	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{2}{9}$
$\frac{-0,6}{?}$	$\frac{+0,1}{?}$	$\frac{-3,9}{?}$	$\frac{-3}{\frac{8}{?}}$

A

347. Точка перемещается по координатной прямой:

- 1) вправо;
- 2) влево.

Какое арифметическое действие соответствует этому изменению?

348. На рисунке 2.35 схематически показаны перемещения точки по координатной прямой.

- Запишите эти перемещения числовыми выражениями.
- Найдите значение суммы с помощью координатной прямой.

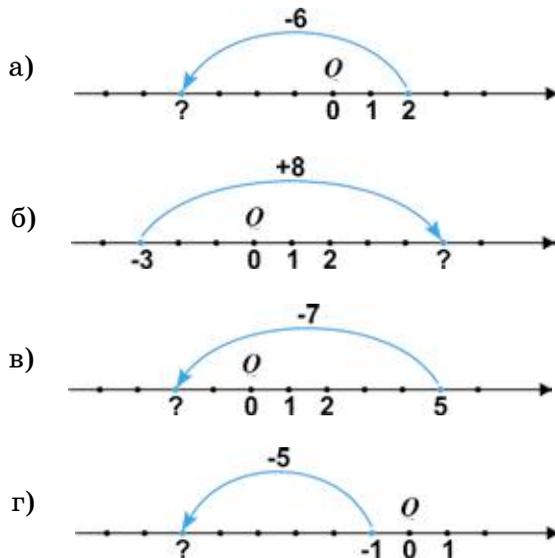


Рис. 2.35

Начертите в тетради координатную прямую с единичным отрезком 1 см. Сделайте схематические рисунки к выражениям (349, 350).

349. С помощью координатной прямой найдите значение выражения:

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| 1) $-2 + 5$; | 3) $-5 + 6$; | 5) $-5 + 0$; |
| 2) $-3 + 7$; | 4) $-4 + 4$; | 6) $-2 + 6$. |

350. С помощью координатной прямой найдите значение выражения:

- | | | |
|--------------|---------------|---------------|
| 1) $3 - 5$; | 3) $4 - 5$; | 5) $-2 - 4$; |
| 2) $2 - 4$; | 4) $-1 - 4$; | 6) $3 - 3$. |

Выполните сложение чисел с помощью координатной прямой (351, 352).

351. Утром температура воздуха была -2°C . Какой стала температура воздуха вечером, если она изменилась:

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------|
| 1) на 5°C ; | 2) на 2°C ; | 3) на -3° ? |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------|

352. Температура воздуха в полдень была:

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| 1) 5 градусов мороза; | 2) 3 градуса тепла. |
|-----------------------|---------------------|

Какой стала температура воздуха вечером, если она понизилась на 4 градуса?

353. Найдите значение выражения:

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|
| 1) $\frac{1}{1 - \frac{4}{5}}$; | 2) $\frac{1}{1 + \frac{1}{4}}$; | 3) $\frac{1}{1 - \frac{1}{6}}$; | 4) $\frac{1}{4\frac{5}{9} - 3\frac{2}{9}}$. |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|

В

354. Решите задачу с помощью координатной прямой:

Температура воздуха утром была 2°C , а к вечеру она стала равной -4°C . На сколько градусов изменилась температура воздуха за день?

355. На рисунке 2.36 показаны перемещения точки по координатной прямой.

- Запишите эти перемещения числовыми выражениями.
- Найдите значения этих выражений.

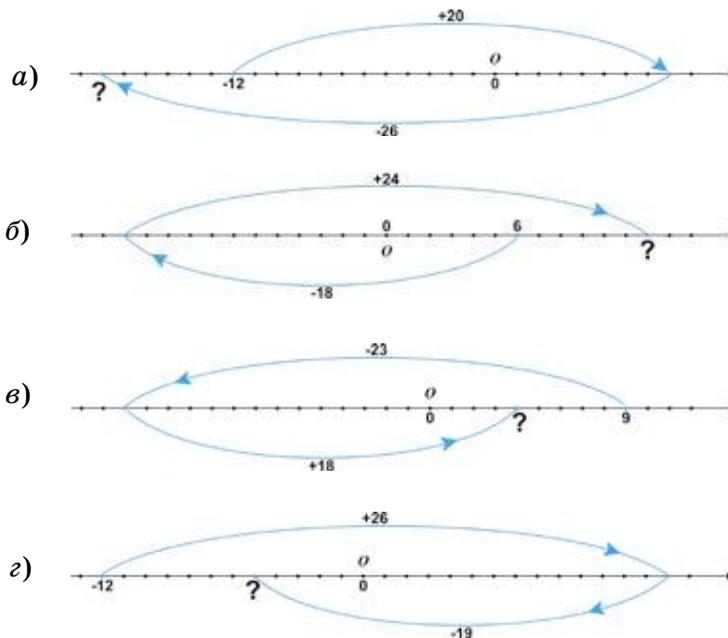


Рис. 2.36

356. Начертите в тетради координатную прямую, приняв за единичный отрезок длину одной клетки тетради.

- Сделайте схематические рисунки к выражениям.
- По рисунку найдите значение выражения:

- | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|
| 1) $5 - 9 + 3$; | 5) $4 - 10 + 14$; | 9) $-1 - 7 + 11$; |
| 2) $-6 + 11 - 8$; | 6) $-3 + 8 - 12$; | 10) $-5 + 9 - 11$; |
| 3) $-4 + 10 - 14$; | 7) $-2 - 5 + 12$; | 11) $-4 - 5 + 10$; |
| 4) $3 - 8 + 12$; | 8) $-1 - 4 + 13$; | 12) $6 - 11 + 8$. |

357. Заполните таблицу.

Координата точки	Направление перемещения точки	Арифметическое действие	Координата точки, соответствующая значению суммы
2	на 5 ед. влево		
-1	на 4 ед. вправо		
-3			3
		$-4 + 3$	
4			-5

358. В одном ауле $a \cdot 100 + b \cdot 10 + 5$ телефонов, а в другом – $c \cdot 100 + d \cdot 10 + 4$ телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон одного аула был соединен с каждым телефоном другого?

359. Решите уравнения:

1) $\frac{2x+1}{8,1} = \frac{2}{1,8}$; 2) $\frac{3x-1}{3,5} = \frac{2,8}{0,7}$; 3) $\frac{1,4}{2x-1} = \frac{2,1}{7,5}$.

С

360. Какое число на координатной прямой удалено:

- 1) от числа -4 вправо на 9 единиц;
- 2) от числа 3 влево на 10 единиц;
- 3) от числа -2 влево на 8 единиц?

Запишите арифметические действия, соответствующие этим изменениям.

361. На рисунке 2.37 схематически показаны перемещения точки по координатной прямой.

- Запишите эти перемещения числовыми выражениями.
- Найдите значения этих выражений.

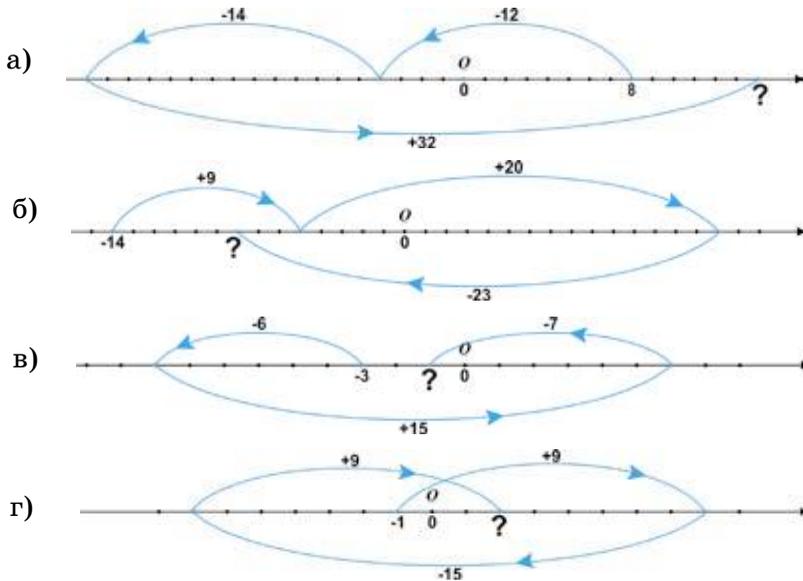


Рис. 2.37

362. Начертите в тетради координатную прямую, приняв за единичный отрезок длину одной клетки тетради.

- Сделайте схематический рисунок к выражению.

- По рисунку найдите значение выражения:

1) $2 - 5 - 4 + 12$; 4) $-4 + 10 - 13 + 8$;

2) $-4 + 6 + 3 - 12$; 5) $-2 - 6 + 13 - 5$;

3) $4 - 7 - 3 + 14$; 6) $3 - 11 + 14 - 9$.

363. К 500 г 22% -ного раствора вещества добавили 300 г 30% -ного раствора этого же вещества. Какова концентрация полученной смеси?

364. Вычислите:
$$\left(\frac{\left(1,25 + \frac{5}{6} \right) : 8\frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15} - 0,05 \right) : 0,2} - \frac{3}{7} \right) \cdot 4,2.$$

Ключевые факты.

Чтобы найти значение суммы рациональных чисел a и b с помощью координатной прямой, надо:

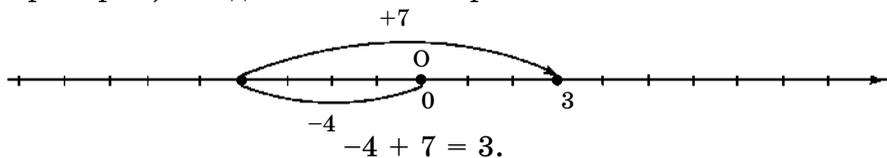
1. На координатной прямой отметить точку $A(a)$;

2. Если b $\begin{cases} \text{положительное} \\ \text{отрицательное} \end{cases}$ число, то точку $A(a)$, переместить

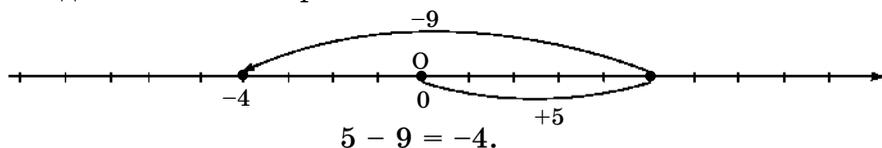
вдоль координатной прямой $\begin{cases} \text{вправо} \\ \text{влево} \end{cases}$, при этом точка $A(a)$ переходит

в точку $\begin{cases} A(a + b). \\ A(a - b). \end{cases}$

Например: 1) Найдем значение выражения $-4 + 7$:



2) Найдем значение выражения $5 - 9$:



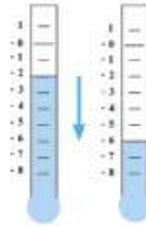


353. 2) 0,8; 4) 0,75. **358.** Можно, так как значение произведения – число четное, которое делится на 2. **359.** 1) 4; 2) 5; 3) 3. **363.** 25%. **364.** 0,3.



Пример.

Термометр вечером показывал -2°C . К полуночи температура понизилась на 4°C . Сколько градусов показывал термометр в полночь? При решении задачи используйте выражения: $(-a) + (-b) = -(a + b)$.



2.8. Сложение отрицательных рациональных чисел



Задача. В полдень температура воздуха была -3°C , а к вечеру она изменилась на -4°C (понизилась на 4°C). Какой температура воздуха стала к вечеру?

Решение. Чтобы найти температуру воздуха к вечеру, надо найти сумму чисел -3 и -4 .

Найдите значение суммы

$$-3 + (-4)$$

с помощью координатной прямой.

Подсказка:

1. Отметьте точку A , соответствующую числу -3 , на координатной прямой.
2. Подумайте, в какую сторону и на сколько единиц по координатной прямой надо переместить точку $A(-3)$, чтобы прибавить к числу -3 число -4 ? Сделайте рисунок.
3. Запишите равенство, выражающее значение суммы двух отрицательных чисел: -3 и -4 .

Проверьте себя.

1. На координатной прямой влево от начала отсчета отложим 3 единицы и получим точку $A(-3)$.
2. Чтобы прибавить к числу -3 число -4 , надо точку $A(-3)$ переместить влево на 4 единицы. Получим точку $B(-7)$, изображающую значение суммы (рис. 2.38).

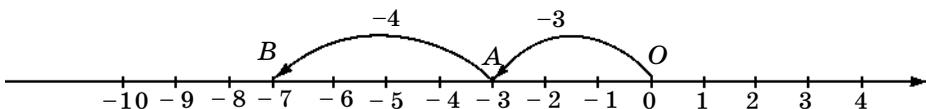


Рис. 2.38

3. Значит,

$$-3 + (-4) = -7.$$

Читают: «Сумма чисел минус три и минус четыре равна числу минус семь».

Но $7 = 3 + 4$, причем $3 = |-3|$, и $4 = |-4|$.

Значит, температура воздуха к вечеру стала -7°C (рис. 2.39).

Ответ: -7°C .

В рассмотренном примере слагаемые и значение суммы – числа отрицательные. Модуль суммы равен значению суммы модулей слагаемых.

$$|-3| + |-4| = |-7|.$$

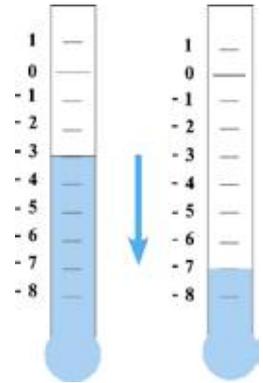


Рис. 2.39

Чтобы сложить два отрицательных числа, надо:

- 1) сложить модули слагаемых;
- 2) поставить перед полученным числом знак «-».

Например:

- 1) $-8 + (-11) = -(8 + 11) = -19$, или $-8 - 11 = -19$;
- 2) $-0,3 + (-0,9) = -(0,3 + 0,9) = -1,2$, или $-0,3 - 0,9 = -1,2$;
- 3) $-\frac{1}{6} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\left(\frac{1}{6} + \frac{3}{5}\right) = -\left(\frac{5}{30} + \frac{18}{30}\right) = -\frac{23}{30}$.

Сумма двух отрицательных чисел – число отрицательное.

Если одно из двух слагаемых равно 0, то сумма равна второму слагаемому, не равному 0.

Например, $a + 0 = a$; $0 + a = a$;

$$-8 + 0 = -8; 0 + (-8) = -8.$$



1. Как найти сумму двух отрицательных чисел?
2. Положительным или отрицательным числом является сумма двух отрицательных чисел?
3. Что больше: сумма двух отрицательных чисел или одно из них?

365. Вычислите (устно):

$$\begin{array}{llll} 1) -4 + (-6); & 2) -8 + (-6); & 3) -0,7 + (-0,3); & 4) -1 + \left(-\frac{1}{3}\right); \\ -1 + (-7); & -3 + (-11); & -1,2 + (-1,5); & -\frac{1}{5} + (-2); \end{array}$$

A

366. Выполните сложение:

$$\begin{array}{llll} 1) -26 + (-8); & 2) -96 + (-101); & 3) -127 + (-8); & 4) -310 + (-7); \\ -43 + (-21); & -36 + (-15); & -103 + (-44); & -415 + (-41); \\ -56 + (-71); & -62 + (-19); & -85 + (-37); & -800 + (-150). \end{array}$$

367. Найдите значение суммы:

$$\begin{array}{lll} 1) -9 + (-0,3); & 2) -6,03 + (-2,17); & 3) -9,5 + (-100); \\ -6,7 + (-5); & -7,2 + (-8,23); & -5,07 + (-61,9); \\ -3 + (-0,91); & -4,5 + (-27,8); & -21,61 + (-45,7). \end{array}$$

368. Вычислите:

$$\begin{array}{llll} 1) -\frac{3}{5} - \frac{1}{5}; & 3) -\frac{1}{4} - \frac{5}{7}; & 5) -4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{4}; & 7) -\frac{3}{7} - \frac{4}{7}; \\ 2) -\frac{1}{3} - \frac{2}{3}; & 4) -\frac{5}{6} - \frac{1}{3}; & 6) -6\frac{1}{2} - 3\frac{5}{7}; & 8) -\frac{1}{8} - \frac{3}{4}. \end{array}$$

369. Вычислите:

$$\begin{array}{llll} 1) -0,25 - 3\frac{1}{2}; & 3) -3 - 2\frac{3}{5}; & 5) -16\frac{8}{25} - 7,3; & 7) -4,75 - 3\frac{9}{20}; \\ 2) -9\frac{1}{4} - 0,75; & 4) -27 - 5\frac{9}{20}; & 6) -5,8 - 17\frac{3}{4}; & 8) -2\frac{3}{5} - 9,4. \end{array}$$

370. Вчера температура воздуха была -9°C , сегодня она изменилась на -3°C . Какова температура воздуха сегодня?

371. При первом сжатии длина пружины изменилась на $-1,2$ см, при втором – еще на $-1,9$ см (рис. 2.40). На сколько сантиметров изменилась длина пружины?

372. Уровень воды в реке вчера изменился на -20 см, а сегодня – на -10 см. На сколько сантиметров изменился уровень воды в реке за два дня?

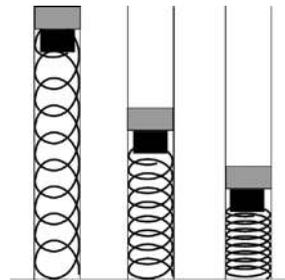


Рис. 2.40

373. Водолаз, находясь на глубине -19 м, погрузился еще на -8 м. На какой глубине оказался водолаз?

374. В полдень термометр показывал -2°C . К вечеру температура воздуха изменилась на -3°C , а к полуночи – еще на -5°C . Какую температуру показывал термометр в полночь?

В

375. Вычислите:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(-6\frac{2}{3}\right) + (-8,75) + \left(-2\frac{5}{12}\right); & 3) (-1,5) + \left(-3\frac{4}{5}\right) + \left(-8\frac{3}{20}\right); \\ 2) \left(-3\frac{7}{15}\right) + (-0,4) + \left(-6\frac{1}{3}\right); & 4) \left(-2\frac{5}{8}\right) + (-9,25) + \left(-\frac{3}{4}\right). \end{array}$$

376. Найдите значение выражения:

1) $a + b - 0,4$ при $a = -8,7$; $b = -3,8$;

2) $c + d - 8,3$ при $c = -9\frac{4}{5}$; $d = -1\frac{9}{20}$.

377. 1) Заполните таблицу:

x	$-25,7$	$-17\frac{1}{2}$	$-8,8$	$-2\frac{4}{15}$	$-6,25$	$-0,09$
y	$-13\frac{3}{4}$	$-6,5$	$-13\frac{5}{7}$	$-4\frac{7}{12}$	$-15\frac{1}{4}$	$-8,2$
$x + y$						

2) Представьте в виде суммы двух неравных отрицательных слагаемых каждое из чисел: $-8,6$; $-9,5$; $-17,2$.

378. Вместо звездочки поставьте такое число, чтобы равенство было верным:

1) $(-15) + (-*) = -23$; 3) $(-8,4) + (-*) = -10$; 5) $\left(-1\frac{5}{18}\right) + (-*) = -2$;

2) $(-3,25) + (-*) = -4$; 4) $(-*) + (-99,9) = -100$; 6) $\left(-2\frac{3}{4}\right) + (-*) = -3$.

379. В Оймяконской котловине располагается полюс холода Северного полушария, где была установлена температура воздуха -71°C . В результате исследований на полярной станции «Восток» было установлено, что самая низкая температура воздуха на земном шаре еще ниже на $18,2^{\circ}\text{C}$. Какая самая низкая температура воздуха наблюдалась на земном шаре?

380. На координатной прямой точку $A(-3)$ в левую сторону в первый раз передвинули на 2 единичных отрезка, а во второй раз – на 4 единичных отрезка. Найдите последнюю координату точки A .

381. В декабре счет по оплате электроэнергии у хозяина составлял 6880 тг. В январе он заплатил 70% этой суммы и за потребленную энергию задолжал еще 1512 тг. Сколько тенге составлял долг хозяина банку в конце января?

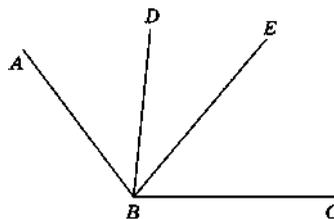


Рис. 2.41

382. Градусная мера угла EBC равна 50° , что составляет 40% угла ABC (рис. 2.41). Угол DBE меньше угла EBC на 30%. Найдите градусную меру угла ABD .

С

383. Вместо звездочек поставьте такие числа, чтобы получилось верное равенство:

$$1) -\frac{*}{2} + \left(-\frac{1}{*}\right) = -\frac{3+2}{6}; \quad 3) -\frac{2}{*} + \left(-\frac{*}{4}\right) = -\frac{*+9}{36}; \quad 5) -\frac{1}{*} + \left(-\frac{*}{5}\right) = -\frac{*+6}{15};$$

$$2) -\frac{1}{4} + \left(-\frac{2}{*}\right) = -\frac{*+*}{20}; \quad 4) -\frac{2}{*} + \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{*+*}{21}; \quad 6) -\frac{*}{4} + \left(-\frac{3}{*}\right) = -\frac{7+*}{28}.$$

384. Найдите значение выражения:

$$1) \left(-1\frac{2}{5} + (-3,6)\right) + \left(-2\frac{5}{6} + \left(-\frac{2}{3}\right)\right); \quad 2) \left(-\frac{5}{8} + \left(-\frac{3}{4}\right)\right) + \left(-7,6 + \left(-2\frac{2}{5}\right)\right).$$

385. Цена товара была a тг. В первый месяц цена товара была снижена на 320 тг, а во второй месяц – на 140 тг. Какова цена товара после двух снижений?

386. Как с помощью чашечных весов без гирь разделить 32 кг сахара на три части: 20 кг, 10 кг и 2 кг?

387. Подводная лодка погрузилась на глубину 270 м. Затем она изменила уровень погружения на -42 м, потом – еще на -27 м. Каков уровень погружения подводной лодки?

388*. Охотничья собака преследует зайца. Расстояние между собакой и зайцем равно 15 заячьим прыжкам. В то время когда собака делает 2 прыжка, заяц может сделать 3. Длина 3 прыжков собаки равна 7 прыжкам зайца. Сколько прыжков надо сделать охотничьей собаке, чтобы догнать зайца?

389. Выполните действия:

$$1) \left(\left(17,65 - 9\frac{1}{4} \right) \cdot 2,05 - 3,9 \cdot \frac{2}{5} \right) : 2,9;$$

$$2) \left(\left(3,86 + 4\frac{3}{25} \right) : 2,1 + 10,2 : 8\frac{1}{2} \right) \cdot 0,3.$$

 **390.** Самое глубокое озеро мира – Байкал, его глубина на 952 м ниже, чем глубина озера Иссык-Куль. Используя источники информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), найдите глубину Иссык-Куля и вычислите глубину озера Байкал.

Ключевые факты.

Сложение отрицательных чисел.

Сумма двух отрицательных чисел есть число отрицательное, модуль которого равен сумме модулей слагаемых.

Например, $-93 + (-7,5) = -16,8$.

$$|-9,3| + |-7,5| = |-16,8|.$$

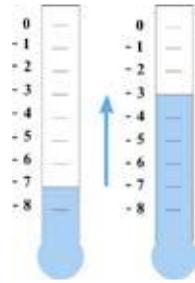
 **375.** 1) $-17\frac{5}{6}$; 4) $-12\frac{5}{8}$. **381.** 3576 тг. **382.** $\angle ABD = 40^\circ$.

383. 1) $-\frac{5}{6}$; 3) $-\frac{17}{36}$; 6) $-\frac{19}{28}$. **384.** 1) $-8,5$; 2) $-11\frac{3}{8}$. **388.** 18 прыж-

ков. **389.** 1) 5,4; 2) 1,5.



- 1) Вчера температура воздуха была -7°C . Сегодня показания термометра изменились на $+4^{\circ}\text{C}$. Сколько градусов показывает термометр сегодня?
- 2) На координатной прямой сложите числа -5 и $+3$; -8 и $+10$. Найдите значение суммы чисел. Выберите ответы:
 А. -4 ; В. 2 ; С. 8 ; D. (-2) .



2.9. Сложение рациональных чисел с разными знаками

Рассмотрим сложение чисел с разными знаками и неравными модулями.

Пример 1. Утром температура воздуха была -3°C , к полудню она изменилась на $+4^{\circ}\text{C}$ (поднялась на 4°C). Какой стала температура воздуха в полдень?

Чтобы найти температуру воздуха в полдень, надо сложить числа -3 и 4 .

На рисунке 2.42 показано, что при перемещении точки $A(-3)$ на 4 единицы вправо она переходит в точку $B(1)$.

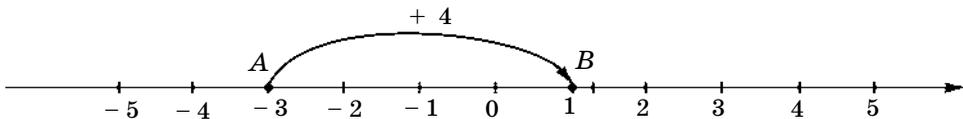


Рис. 2.42

$$-3 + (+4) = 1, \text{ или } -3 + 4 = 1.$$

Температура воздуха в полдень стала равной $+1^{\circ}\text{C}$ (рис. 2.43).

Значит, сумма чисел -3 и $+4$ равна $+1$.

Число 1 имеет тот же знак, что и слагаемое 4 , а его модуль равен разности модулей слагаемых -3 и 4 .

$$|1| = 1; \quad |4| - |-3| = 4 - 3 = 1, \quad |4| > |-3|.$$

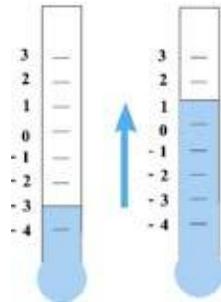


Рис. 2.43

Сумма имеет знак того слагаемого, модуль которого больше.

Пример 2. В полдень температура воздуха была $+3^{\circ}\text{C}$, а к вечеру она изменилась на -5°C (понижилась на 5°C). Какой стала температура воздуха вечером?

Чтобы найти температуру воздуха вечером, надо найти значение суммы $3 + (-5)$. На координатной прямой значение суммы $(+3) + (-5)$ изображается точкой D , координата которой равна -2 , $D(-2)$ (рис. 2.44).

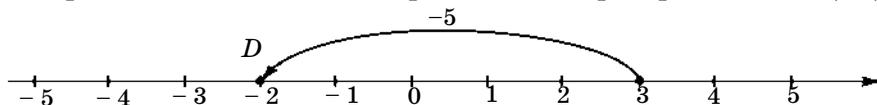


Рис. 2.44

Значит,

$$3 + (-5) = -2. \text{ или } 3 - 5 = -2$$

Вечером температура воздуха стала -2°C (рис. 2.45).

Число -2 имеет тот же знак, что и слагаемое (-5) , а его модуль равен разности модулей слагаемых 3 и (-5) .

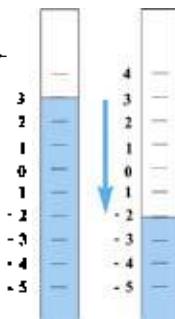


Рис. 2.45

$$|2| = 2, \quad |-5| - |3| = 5 - 3 = 2, \quad |-5| > |3|.$$

У отрицательного слагаемого модуль больше, поэтому значение суммы – число отрицательное.

Чтобы сложить два числа с разными знаками, модули которых не равны, надо:

- 1) из большего модуля вычесть меньший модуль;
- 2) перед полученным числом поставить знак того слагаемого, модуль которого больше.

Чтобы сложить два числа с разными знаками и с неравными модулями, надо сначала определить знак суммы, затем найти разность модулей.

Например: 1) $9 + (-5) = +(9 - 5) = 4$ или $9 + (-5) = 9 - 5 = 4$;

$$2) (-10) + 7 = -(10 - 7) = -3 \text{ или } -10 + 7 = -3;$$

$$3) \left(-3\frac{2}{5}\right) + \frac{1}{3} = -\left(3\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) = -3\frac{1}{15}.$$

Сумма двух противоположных чисел равна нулю.

Например, $(-14,9) + (+14,9) = 0$.

Используя правила знаков, сумму чисел с разными знаками, записанными в скобках (положительные, отрицательные), можно записать без скобок.

Например, $(-8,5) + (+2,5) + (-3,7) = -8,5 + 2,5 - 3,7$.

Так как сумма противоположных чисел равна нулю, то при вычислении соответствующие числа зачеркиваются.

Например: $-\frac{7}{9} + \frac{4}{5} - \frac{1}{6} + \frac{7}{9} + \frac{11}{30} = \frac{4}{5} - \frac{1}{6} + \frac{11}{30} = 1.$



1. Сформулируйте правило сложения чисел с разными знаками.
2. Если из двух слагаемых больший модуль имеет отрицательное число, то какой знак будет иметь сумма данных чисел?

391. Найдите сумму (устно):

- | | | | |
|-----------------|--------------|------------------|-------------------|
| 1) $40 + (-8);$ | 2) $-7 + 5;$ | 3) $-250 + 120;$ | 4) $1000 - 1500;$ |
| $32 + (-16);$ | $-19 + 8;$ | $-640 + 800;$ | $200 - 700;$ |
| $65 + (-35);$ | $-56 + 26;$ | $-300 + 190;$ | $800 - 1000.$ |

A

392. Вычислите:

- | | | | |
|----------------|----------------|---------------|----------------|
| 1) $-8 + 5,6;$ | 2) $-0,8 + 3;$ | 3) $1,5 - 2;$ | 4) $-5 + 4,9;$ |
| $-9 + 4,3;$ | $-0,5 + 1;$ | $1,7 - 4;$ | $-6 - 5,6;$ |
| $-10 + 7,2;$ | $-0,4 + 2;$ | $1,9 - 5;$ | $-7 + 6,3.$ |

393. Найдите значение суммы:

- | | | | |
|-------------------------|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $-2 + 1\frac{7}{8};$ | 4) $-\frac{5}{7} + \frac{4}{7};$ | 7) $\frac{5}{12} - \frac{1}{12};$ | 10) $-\frac{5}{6} + \frac{2}{3};$ |
| 2) $-1 + 2\frac{1}{9};$ | 5) $-\frac{5}{8} + \frac{7}{8};$ | 8) $\frac{7}{15} - \frac{11}{15};$ | 11) $-\frac{3}{4} + \frac{4}{5};$ |
| 3) $-4 + 3\frac{1}{2};$ | 6) $-\frac{1}{6} + 1;$ | 9) $\frac{5}{16} - \frac{1}{16}.$ | 12) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{8}.$ |

394. Выполнив сложение на координатной прямой, найдите значения x и y (рис. 2.46).

- 1) Когда к числу, соответствующему координате точки A , прибавили число x , сумма стала равна числу, соответствующему координате точки B .

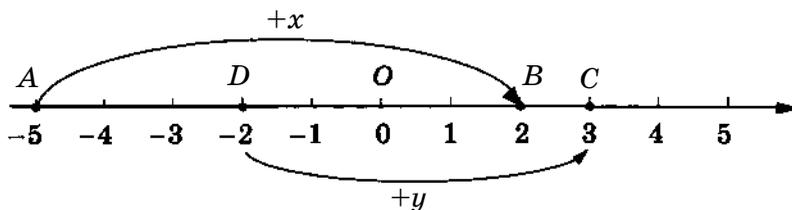


Рис. 2.46

2) Когда к числу, соответствующему координате точки D , прибавили число y , сумма стала равна числу, соответствующему координате точки C .

395. Заполните таблицу:

a	0,35	$-3\frac{1}{7}$	96	-81,7	-46,8
b	-0,35	$3\frac{1}{7}$	-18	6	51
$a + b$					



396. Выполните сложение:

1) $9 + \left(-1\frac{1}{2}\right)$; 4) $-4\frac{2}{5} + 3,4$; 7) $4\frac{1}{2} + (-3)$;

2) $8 + \left(-2\frac{5}{7}\right)$; 5) $-9,75 + 2\frac{3}{4}$; 8) $7\frac{2}{3} + (-9)$;

3) $5 + \left(-6\frac{2}{3}\right)$; 6) $-6,5 + 3\frac{1}{2}$; 9) $2\frac{4}{5} + (-6)$.

397. Вычислите:

1) $1\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2}\right)$; 4) $5\frac{1}{2} + \left(-8\frac{5}{6}\right)$; 7) $2\frac{1}{3} + \left(-4\frac{5}{6}\right)$;

2) $5\frac{2}{9} + \left(-\frac{1}{3}\right)$; 5) $4\frac{1}{3} + \left(-7\frac{5}{9}\right)$; 8) $1\frac{1}{12} + \left(-5\frac{1}{6}\right)$;

3) $4\frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right)$; 6) $3\frac{3}{8} + \left(-9\frac{1}{2}\right)$; 9) $3\frac{2}{15} + \left(-9\frac{1}{3}\right)$.

398. Изменение фонда фирмы составило в первый месяц +5,8 млн тг, второй месяц -3,1 млн тг, а в третий месяц +0,6 млн тг. На сколько тенге изменился фонд фирмы за три месяца?

399. Решите уравнения:

1) $|m + 8| = 2$; 2) $|m - 9| = 5$; 3) $|n - 7| = 2$; 4) $|15 + n| = 3$.

Образец: $|m + 4| = 1$.

$m + 4 = 1$ или $m + 4 = -1$.

$m = 1 - 4$ $m = -1 - 4$,

$m = -3$, $m = -5$.

Ответ: -5; -3.

В

400. Заполните рамочки числами так, чтобы получилось верное равенство:

1) $\square + (-10) = -6$; 4) $\square + (-2,8) = 5$; 7) $-3,2 + \square = 1,9$;
 2) $-7,5 + \square = -4$; 5) $-3,4 + \square = -8$; 8) $\square + (-5,6) = -4,2$;
 3) $\square + (-5,1) = -3$; 6) $\square + (-1,75) = -3$. 9) $8,3 + \square = -1,9$.

401. Найдите значение суммы:

1) $-6\frac{4}{5} + 3 + (-1,2)$; 3) $-3\frac{7}{20} + 8 + (-2,65)$; 5) $-4,25 + 2 + \left(-\frac{3}{4}\right)$;
 2) $2\frac{1}{4} + (-5) + 1,75$; 4) $7 + \left(-2\frac{1}{5}\right) + (-3,8)$; 6) $6 + \left(-4\frac{1}{2}\right) + 1,5$.

402. Во время игры в футбол положительными числами записывали голы, забитые в ворота противника, отрицательными – голы, пропущенные в свои ворота. Запишите в таблицу с помощью знаков «+» или «-» разницу забитых и пропущенных мячей.

Название команды	Матчи				Разница забитых и пропущенных мячей
	1	2	3	4	
«Комета»	+4	-2	+1	+2	
«Нептун»	-2	+2	+3	-1	
«Космос»	0	+1	-2	+2	

403. Как на чашечных весах без гирь из 16 кг крупы отмерить 2 кг крупы с помощью трех взвешиваний?

404. Ученик купил учебники географии, истории и математики. Учебник географии стоит a тг, учебник истории стоит на 145 тг дешевле учебника географии, а учебник математики стоит на 250 тг дороже учебника истории. Сколько стоят все учебники? Составьте выражение при $a = 800$ тг и решите задачу.

405. В 1960 г. площадь водной поверхности Аральского моря составляла 68000 км². С 1961 г. море начало мелеть. Площадь его водной поверхности в 2003 г. изменилась на -50000 км², а в 2014 – на

-10700 км². Какой стала площадь водной поверхности Аральского моря в 2003 г., в 2014 г.?

С

406. Вычислите:

1) $0,25 + \left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{9}{20}\right)$; 3) $-5,9 + \left(-3\frac{1}{4} + 1\frac{3}{20}\right)$;

2) $-0,2 + \frac{1}{6} + \left(-8\frac{1}{15}\right)$; 4) $6,7 + \left(2\frac{1}{3} - 9\frac{2}{5}\right)$.

407. Замените звездочки соответствующими знаками «+» или «-»:

1) $*8,4 + (*5,9) = -2,5$; 4) $*10 + (*10) = 0$;

2) $*3,2 + (*9) = -5,8$; 5) $*6 + (*1,3) = -7,3$;

3) $*5\frac{1}{2} + \left(*2\frac{3}{4}\right) = -8,25$; 6) $*2\frac{1}{3} + (*3) = \frac{2}{3}$.

408. Решите уравнения:

1) $|-x| - 9,3 = 1,8 - |-3,2|$; 3) $6,5 - |x| = |-8,6| - 5$;

2) $|x| + 3,2 = |1,6| - |-7|$; 4) $|-7,5| - |1,8| + |x| = |9,6| - 2$.

409. Утром температура воздуха была +8°C. К полудню она изменилась на +4°C, к вечеру – на -3°C, к ночи – на -2°C. Какой стала температура воздуха ночью?

410. Индивидуальный предприниматель получил 8 000 000 тг дохода. Из них он заплатил 3% налога и 130 000 тг внес в благотворительный фонд. Сколько денег осталось у индивидуального предпринимателя?

411*. Чтобы построить дом, стоимостью 15 000 000 тг, владелец получил в банке кредит, который составил 40% от стоимости дома. Полученный кредит владелец дома будет возвращать в банк с 5%-ным приростом. Сколько тенге вернет владелец в банк?

412. Определите x в следующих пропорциях:

1) $\frac{4,3}{5,6} = \frac{17,2}{8x}$;

3) $\frac{4x}{5} = \frac{3,6}{4,5}$;

5) $\frac{1,5}{2} = \frac{3x}{8}$;

2) $\frac{1,9x}{5,2} = \frac{5,7}{3,9}$;

4) $\frac{20,4}{13,2} = \frac{5,1}{3x}$;

6) $\frac{3\frac{1}{3}}{5x} = \frac{4}{3}$.

Ключевые факты.

Сложение рациональных чисел с разными знаками.

Чтобы сложить два числа с разными знаками, нужно из большего модуля вычесть меньший и поставить знак числа с большим модулем.

Например, найдем значение суммы $5 + (-9,4)$.

$$|-9,4| > |5|.$$

Значит, значение суммы – отрицательное число.

$$5 + (-9,4) = -4,4.$$



398. +3,3 млн тг. **401.** 1) -5; 3) 2; 5) -3. **406.** 1) -1; 2) -8,1; 4) $-\frac{11}{30}$.

408. 1) -7,9 и 7,9; 2) Нет решений; 4) -1,9 и 1,9. **410.** 7630000 тг.

411. 6 300 000 тг. **412.** 2) 4; 4) 1,1; 6) 0,5.



Задание. Вычислите рациональным способом:

1) $(-4,6) + (+2) + (-3,4) + (+4)$.

2) $\left(+\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+2\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$.

Способ 1. Последовательно прибавляя слагаемые.

Способ 2. Группируя слагаемые таким образом, чтобы сумма чисел была целым числом.

2.10. Свойства сложения рациональных чисел

Переместительное и сочетательное свойства сложения остаются справедливыми и для любых рациональных чисел.

Переместительное свойство сложения.

От перемены мест слагаемых значение суммы не меняется.

Для любых рациональных чисел a и b верно равенство:

$$a + b = b + a.$$

Например: 1) $-7 + (+4) = -3$; $4 + (-7) = -3$
 $-7 + (+4) = 4 + (-7)$
2) $-1,3 + (+2) = 0,7$; $2 + (-1,3) = 0,7$
 $-1,3 + (+2) = 2 + (-1,3).$

Сочетательное свойство сложения.

Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.

Для любых рациональных чисел a , b и c верно равенство:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Например, $(9 + (-13)) + (-7) = -4 + (-7) = -11$;

$9 + ((-13) + (-7)) = 9 + (-20) = -11$;

Тогда $(9 + (-13)) + (-7) = 9 + ((-13) + (-7)).$

Используя переместительное и сочетательное свойства сложения, в любой сумме можно как угодно переставлять слагаемые и произвольным образом объединять их в группы.

Если в выражении имеются несколько положительных и отрицательных чисел, то можно сначала сложить положительные числа, а затем сложить отрицательные числа и к первой сумме прибавить вторую.

Например: $(-6) + (+7) + (-5) + (+2) + (-3) = -5.$

1) $7 + 2 = 9$;

2) $-6 + (-5) + (-3) = -14$;

3) $9 + (-14) = -5.$



1) Сформулируйте переместительное свойство сложения.

2) Как записывается с помощью букв сочетательное свойство сложения?

413. Вычислите (устно), используя свойства сложения:

1) $(17 + 5) - 12$; 2) $19 + (-6) + 21$; 3) $8,2 + (-3) + 1,8$;
 $-24 + (-13) + (-6)$; $-11 + (-9) + 14$; $-4,3 + 9 + (-1,7)$;
 $-1,5 + 4,7 + (-2,5)$; $-8 + 16 + (-2)$; $6 + (-0,7) + 4.$

A

414. Запишите в виде равенства, используя:

1) переместительное свойство сложения:

а) $-34 + (-56)$;

б) $7 + (-12)$;

в) $-3 + (-18)$;

2) сочетательное свойство сложения:

- а) $(7 + (-8)) + (-2)$; б) $-11 + ((-9) + 13)$;
в) $(-3 + (-6)) + (-4)$.

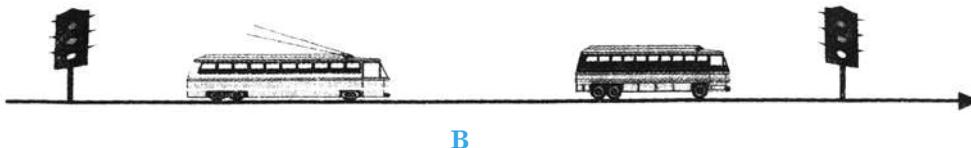
415. Вычислите, используя переместительное и сочетательное свойства сложения:

- 1) $-42 + (+19) + (-18)$; 3) $-1,6 + (-2,1) + (+3,6)$;
2) $25 + (-3) + (-47)$; 4) $6,4 + (-10) + (+0,3)$.

416. Вычислите удобным способом:

- 1) $-2,6 + (-0,3) + (-1,4) + (-9,7)$;
2) $1,5 - 5,4 + (-1,6) + 8,5$;
3) $4,37 + (-3,65) + (-7,35) + 6,63$;
4) $0,13 + (-9,94) + (-2,13) + (-0,06)$.

417. Мимо светофора одновременно проехали автобус со скоростью 42 км/ч и троллейбус со скоростью 36 км/ч. Автобус доехал до следующего светофора за 1,5 минуты. На каком расстоянии от автобуса был троллейбус в этот момент?



418. Найдите сумму всех целых чисел, расположенных между числами -5 и 3 .

419. Найдите сумму, пользуясь переместительным и сочетательным свойствами сложения:

- 1) $-3 + (-8) + (-7)$; 4) $-8,1 + (-10,9) + (-1,9) + (-4,1)$;
2) $-29 + (-46) + (-21)$; 5) $-0,14 + (-7,25) + (-3,75) + (-2,86)$;
3) $-103 + (-72) + (-28)$; 6) $-1,374 + (-8,09) + (-1,91) + (-0,626)$.

420. Вычислите наиболее удобным способом:

- 1) $5,31 + (-9,65) + (-4,35) + (+2,69)$;
2) $-2\frac{3}{4} + (+6,8) + (-1,25) + \left(+3\frac{1}{5}\right)$;
3) $-5\frac{1}{6} + \left(+7\frac{1}{9}\right) + \left(-4\frac{1}{3}\right) + \left(-7\frac{1}{9}\right)$.

421. Из 7 монет одна фальшивая. Она тяжелее остальных. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без гирь можно найти фальшивую монету?

422. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$ (рис. 2.47).

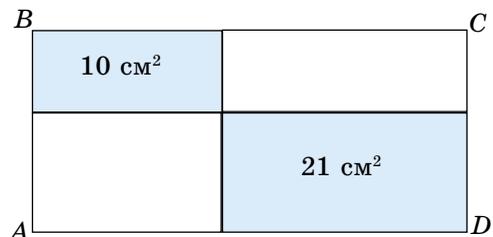


Рис. 2.47

С

423. Вычислите способом, который Гаусс использовал при сложении:

- 1) $(-2) + (-4) + (-6) + (-8) + (-10) + (-12) + (-14) + (-16)$;
- 2) $(-1,1) + (-1,3) + (-1,5) + (-1,7) + (-1,9) + (-2,1)$.

424. Вычислите, используя переместительное и сочетательное свойства сложения:

- 1) $-\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{8}\right) + \frac{4}{9} + \left(-\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) + \frac{5}{9}$;
- 2) $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{6} + 4\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4} + 6\frac{5}{6}$.

425. Найдите значение x рациональным способом:

- 1) $-x = \left|\frac{1}{2}\right| + \left|-\frac{1}{3}\right| + \left|-\frac{1}{6}\right| + |-7|$;
- 2) $|x - 9| = -5,9 + 3 + (-4,1) + 7$;
- 3) $|x + 1| = 2,6 + \left(-1\frac{3}{4}\right) + \left(+3\frac{2}{5}\right) + (-0,25)$.

426. Вычислите:
$$\frac{(7,8 - 2,625) \cdot \frac{16}{23}}{\left(2\frac{5}{9} + 1\frac{11}{45}\right) \cdot 2\frac{7}{19}} + 8 \cdot \left(3 - \frac{13,8}{5,6 + \frac{2}{5}}\right)$$



417. 150 м. **419.** 5) -14 ; 6) -12 . **422.** 60 см². **424.** 1) -1 ; 2) 24. **425.** 1) -8 ; 2) 9; 3) -5 ; 3. **426.** 6.



Научимся вычитать числа с разными знаками. Например, вычтем из числа -2 число 5, то есть найдем значение выражения $-2 - (+5)$. Используя правила знаков, заменим в данном выражении запись знаков « $-(+)$ » на « $+(-)$ », тогда выражение разности преобразуется в выражение суммы:

$$-2 - (+5) = -2 + (-5) = -7.$$

Значит, чтобы найти разность двух чисел, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

Найдите разность: 1) $3 - (+10)$;

2) $-5 - (+9)$;

3) $-4 - (-8)$.

Выберите правильный ответ: А. 4; В. -14 ; С. 6; D. -7 .

2.11. Вычитание рациональных чисел. Длина отрезка на координатной прямой

I. Вычитание рациональных чисел.

Вычитание – это действие, с помощью которого по заданной сумме двух слагаемых и одному из них находят другое (неизвестное) слагаемое.

$b + x = a$, где x – неизвестное слагаемое. $x = a - b$. Это определение вычитания сохраняется для любых рациональных чисел.



Пример 1. Температура воздуха утром была $+7^{\circ}\text{C}$, а к вечеру она понизилась и стала $+3^{\circ}\text{C}$. На сколько градусов изменилась температура воздуха за день?

Подсказка.

1. Найдите разность последнего и первоначального значений температур.

2. Замените разность данных чисел их суммой. Для этого прибавьте к уменьшаемому число, противоположное вычитаемому.

3. Сформулируйте правило вычитания рациональных чисел.

Проверьте себя.

1. $3 - (+7)$. В данном случае вычитаемое больше уменьшаемого.

2. $3 - (+7) = 3 + (-7) = -4$ (рис. 2.48).

Чтобы найти разность, к уменьшаемому прибавили число, противоположное вычитаемому.

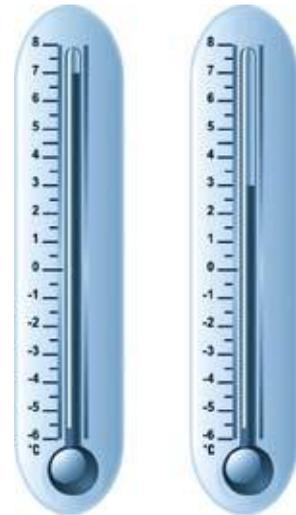


Рис. 2.48

Правило вычитания рациональных чисел.

Чтобы из одного числа вычесть другое, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

В буквенном виде:

$$a - b = a + (-b).$$

где a и b – любые рациональные числа.

В случае, когда уменьшаемое и вычитаемое имеют разные знаки, вычитание рациональных чисел сводится к сложению чисел с одинаковыми знаками.

Пример 2. $-3,6 - (+1,5) = -3,6 + (-1,5) = -5,1$.

В случае, когда уменьшаемое и вычитаемое имеют одинаковые знаки, вычитание рациональных чисел сводится к сложению чисел с разными знаками.

Пример 3. $-7,5 - (-3) = -7,5 + 3 = -4,5$.

Вычитание рациональных чисел выполнимо всегда, даже в том случае, когда уменьшаемое меньше вычитаемого.

Из правила вычитания рациональных чисел следует:

$$a - a = 0; \quad a - 0 = a; \quad 0 - a = -a.$$

$$\text{Например: } -5 - (-5) = -5 + 5 = 0; \quad 0 - 2,7 = -2,7; \quad -4,1 - 0 = -4,1.$$

II. Длина отрезка на координатной прямой.

Пример 4. Найдем длину отрезка AB (в единичных отрезках) на координатной прямой, если известны координаты его концов: $A(-4)$ и $B(3)$.

Для того чтобы найти длину отрезка AB , надо:

- 1) отметить на координатной прямой точки $A(-4)$ и $B(3)$ (рис. 2.49);
- 2) найти число единичных отрезков между точками $A(-4)$ и $B(3)$.

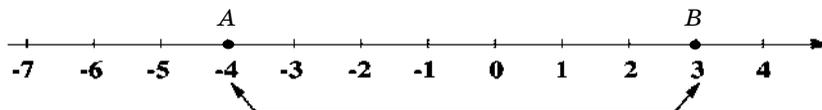


Рис. 2.49

$$AB = 3 - (-4) = 3 + 4 = 7. \quad AB = 7 \text{ (единичных отрезков).}$$

Чтобы найти длину отрезка на координатной прямой, надо из координаты его правого конца вычесть координату левого конца.



1. По какому правилу выполняется вычитание рациональных чисел?
2. Какой сумме равна разность $a - b$?
3. Как найти длину отрезка на координатной прямой?

427. Вычислите (устно):

1) $0 - 6;$	2) $0 - (-1,4);$	3) $1 - (+7);$
$-4,3 - 0;$	$0 - (+3);$	$-1 - (+8);$
$9,9 - 9,9;$	$19 - 0;$	$5 - (-3).$

A

428. Выполните вычитание:

1) $(+6) - (-8);$	2) $(+9) - (-5);$	3) $(-7,1) - (-7,1);$
$(-1) - (-3);$	$(+4) - (+4);$	$(-7,1) - (+7,1);$
$(-9) - (+10);$	$(-6) - (-11);$	$(+7,1) - (-7,1).$

429. Вычислите:

1) $-5,7 - (-1,3);$	2) $-6 - (+8,1);$	3) $3,5 - (+7);$
$-7,5 - (-2,1);$	$-5 - (+6,7);$	$3,6 - (-5);$
$-8,9 - (-3,7);$	$-8 - (+9,5);$	$4,6 - (+2,5).$

430. Выполните вычитание:

1) $\frac{1}{2} - (+4);$	3) $-5 - (-2\frac{1}{3});$	5) $\frac{1}{6} - (+3);$
2) $-\frac{5}{11} - (-\frac{5}{11});$	4) $-8 - (-\frac{1}{7});$	6) $-\frac{5}{12} - (-4).$

431. Выполните вычитание, заменив обыкновенные дроби десятичными:

1) $\frac{1}{2} - 0,7;$	3) $-9,5 - 3\frac{7}{20};$	5) $-10,3 - (-2\frac{3}{5});$
2) $0,75 - (-\frac{1}{5});$	4) $6,7 - (-4\frac{8}{25});$	6) $18,7 - (+20\frac{1}{4}).$

432. Заполните таблицу:

a	8,3	$-2\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{5}$	-4,75	-13,94
b	10	-3	$-13\frac{3}{5}$	$3\frac{1}{4}$	-20
$a - b$					

433. Решите уравнение и сделайте проверку:

- | | |
|--------------------|-------------------|
| 1) $x + (-5) = 2;$ | 4) $-6 + x = -2;$ |
| 2) $8 + y = -3;$ | 5) $y + 7 = -13;$ |
| 3) $14 + x = -6;$ | 6) $x + 11 = -4.$ |

434. По рисунку 2.50 составьте уравнение и найдите значение: 1) x ; 2) y .

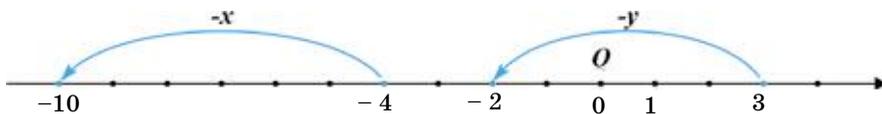


Рис. 2.50

435. 1) Найдите длины отрезков AB , CD , EF и KL (в единичных отрезках) на координатной прямой, если:

- а) $A(-7); B(2);$ в) $E(-6); F(-2);$
 б) $C(-5); D(1);$ г) $K(-4); L(0).$

2) Длина отрезка AB равна 8 единичным отрезкам. Точка $A(-2)$ – его левый конец. Найдите координату точки B – правого конца отрезка.

436. 1) Спортсмен прыгнул вниз на 5 метров с площадки, находящейся на высоте 2,2 м над уровнем воды. На какую глубину нырнул спортсмен?

2) Температура воздуха утром была 4°C , а к вечеру стала равной -3°C . На сколько градусов изменилась температура воздуха за день?

437. Составьте задачу по рисунку 2.51. Какова скорость собаки, догнавшей мальчика через 27 с?



Рис. 2.51

В

438. Выполните вычитание:

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\frac{1}{3} - \left(+\frac{2}{3}\right);$ | 3) $-\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right)$ | 5) $\frac{5}{8} - \left(-\frac{7}{8}\right);$ |
| 2) $-\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right);$ | 4) $-\frac{3}{7} - \left(+\frac{4}{7}\right);$ | 6) $-\frac{1}{9} - \left(+\frac{2}{9}\right).$ |

439. Вычислите:

- 1) $21 - (5 - 8)$; 4) $-13 - (20 - 32)$; 7) $-18 - (9 - 5)$;
2) $3,7 - (4 - 5,3)$; 5) $-4,5 - (7 - 9,5)$; 8) $-0,25 - (3 - 2,25)$;
3) $\frac{1}{6} - \left(\frac{5}{12} - \frac{7}{12}\right)$; 6) $-\frac{5}{8} - \left(\frac{5}{8} - 1\right)$; 9) $-\frac{2}{9} - \left(1 - \frac{8}{9}\right)$.

440. Решите уравнения:

- 1) $-13,7 - (-x) = -4,9$; 4) $x + (-0,35) = 2,3$;
2) $6,1 - (-y) = -5,2$; 5) $-23,5 + (-y) = -4,6$;
3) $-2,9 + (-x) = -3,8$; 6) $y + (-48,3) = -78,5$.

Образец: $-9 - (-x) = -4$,
 $-9 + x = -4$,
 $x = -4 - (-9)$,
 $x = -4 + 9$,
 $x = 5$.

441. Заполните таблицу:

Команда	Число забитых мячей	Число пропущенных мячей	Разность
«Беркут»	18	11	
«Комета»		23	-4
«Лазер»	21	16	
«Нептун»	17	20	

442. В связи с уменьшением объема воды в Аральском море и засухой на его побережье температура воздуха летом достигает $+45^{\circ}\text{C}$, а зимой опускается до -47°C . Сколько градусов составляют колебания температуры воздуха в окрестностях Аральского моря?

443. В трех кучках 33, 21 и 18 яблок. Чтобы уравнять число яблок в кучках, Зарина из одной кучки переложила в другую столько яблок, сколько их было в ней. Путем трех перекладываний она уравнила число яблок в трех кучках. Каким образом Зарина это сделала?

444. 1) Длина единичного отрезка на координатной прямой равна 1 см. Точке A соответствует число $-2,5$, а точке B — число, ему противоположное. Найдите длину отрезка AB .

2) Длина единичного отрезка на координатной прямой равна 1 см. Длина отрезка CD равна 16 см. Середина отрезка изображается точкой с координатой -5 . Найдите координаты точек C и D .

445. Торговое объединение в первый месяц получило 25% прибыли, продав товаров на сумму 7500 000 тенге. Затем на все свои средства, включая полученную прибыль, закупило еще товар. Во втором месяце оно продало весь товар, но понесло 8% убытка. Сколько тенге прибыли получило торговое объединение за два месяца?

446. Выполните действия:

$$1) 3\frac{1}{8} - \left(4\frac{5}{16} + 1\frac{1}{4}\right); \quad 3) -3\frac{1}{2} - \left(5\frac{3}{4} + 2\frac{7}{20}\right);$$

$$2) -7\frac{3}{5} - \left(-4\frac{1}{15} - 5\frac{2}{3}\right); \quad 4) -\frac{1}{3} - \left(-3\frac{7}{18} - 5\frac{8}{9}\right).$$

С

447. Вычислите рациональным способом:

$$1) -1,2 - 2,2 - 3,2 - 4,2 - 5,2 + 4,2 + 3,2 + 2,2 + 1,2;$$

$$2) (3,4 - 5) + (4,4 - 7) + (5,4 - 9) + (6,4 - 11) + (7,4 - 13);$$

448. Решите уравнения:

$$1) \left(1\frac{1}{12} + 3,75\right) - (-x) = 4,5; \quad 3) x - \left(7\frac{5}{9} - 5\frac{1}{6}\right) = -3,5;$$

$$2) -\left(5\frac{2}{3} - 1,6\right) - x = 6\frac{1}{3}; \quad 4) x - \left(-4,6 + 3\frac{4}{7}\right) = -8\frac{1}{14}.$$

449. Если в Оймяконской котловине (Восточная Сибирь) наблюдались морозы до -71°C , то в пустыне Тар (Индия, Пакистан) жара достигает $+53^{\circ}\text{C}$. Сколько градусов составляет разность температуры воздуха в Оймяконской котловине и в пустыне Тар?

450. Длина отрезка на координатной прямой AB равна 5 см. Его левый конец – точка $A(x)$, а правый конец – точка $B(2x-3)$. Длина единичного отрезка равна 1 см. Найдите координаты точек A и B .

451. Центр окружности расположен на координатной прямой в точке $B(1)$, а точка $A(-3)$ – левый конец ее диаметра. Единичный отрезок равен 1 см. Найдите длину окружности.

452. Сторона AB квадрата $ABCD$ расположена на координатной прямой, где точки $A(-2,8)$ и $B(3,7)$ – его вершины. Единичный отрезок равен 1 см. Найдите периметр квадрата $ABCD$.

A. 26 см; **B.** 24 см; **C.** 28 см; **D.** 32 см.

453. Решите уравнения:

$$1) \frac{|x+7|}{16} = \frac{32}{25,6};$$

$$3) \frac{6,9}{11,5} = \frac{5,7}{|x+0,5|};$$

$$2) \frac{1,8}{|x-0,9|} = \frac{3}{8,5};$$

$$4) \frac{9,8}{2,1} = \frac{12,6}{|x-0,3|}.$$

454*. Индивидуальный предприниматель, имея свое помещение, открыл парикмахерскую. Для того чтобы начать свое дело, он взял ссуду (долг) в банке на сумму 2 000 000 тг. На эти деньги он приобрел оборудование и материалы для парикмахерской. Он получил доход за год 4592 000 тг. Предприниматель оплатил налог от дохода 108 000 тг и коммунальные услуги за год 180 000 тг. Кроме того, банку была возвращена ссуда, которая вместе с процентами составила сумму в размере 2 240 000 тг.

Вычислите чистую прибыль предпринимателя за год.

Каков процентный прирост ссуды, полученной предпринимателем?

Ключевые факты.

Вычитание рациональных чисел.

Разность двух рациональных чисел находится сложением уменьшаемого и числа, противоположного вычитаемому.

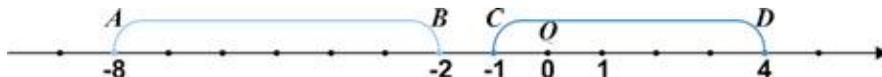
Например: 1) $2 - 9 = 2 + (-9) = -7$;

$$2) -3\frac{1}{4} - \left(+2\frac{3}{4}\right) = -3\frac{1}{4} + \left(-2\frac{3}{4}\right) = -6.$$

- ▲ 437. 310 м/мин. 439. 3) $\frac{1}{3}$; 5) -2 ; 9) $-\frac{1}{3}$. 440. 1) 8,8; 2) $-11,3$; 3) 0,9; 4) 2,65; 5) $-18,9$; 6) $-30,2$. 444. 2) C(-13); D(3). 445. 1125 000 тг. 446. 1) $-2\frac{7}{16}$; 2) $2\frac{2}{15}$; 3) $-11,6$; 4) $8\frac{17}{18}$; 448. 1) $-\frac{1}{3}$; 2) $-10,4$; 3) $-1\frac{1}{9}$; 4) $-9,1$. 450. A (8); B (13). 451. C = 25,12 см; 453. 1) -27 ; 13; 2) $-4,2$; 6; 3) -10 ; 9. 454. 2064 000 тг, 12%.



На координатной прямой отмечены точки: A(-8) и B(-2); C(-1) и D(4).



Задание 1.

- а) Определите в единичных отрезках расстояние между точками $A(-8)$ и $B(-2)$.
 б) Найдите значение выражения $|a - b|$ при $a = -8$, $b = -2$ и сравните его с расстоянием между точками $A(-8)$ и $B(-2)$.

Задание 2.

- а) Найдите расстояние между точками $C(-1)$ и $D(4)$.
 б) Найдите значение выражения $|a - b|$ при $a = -1$; $b = 4$ и сравните его с расстоянием между точками $C(-1)$ и $D(4)$.
 Какое можно сделать предположение о нахождении расстояния между двумя точками координатной прямой?

2.12. Расстояние между точками координатной прямой

На координатной прямой отметим точки $A(a)$ и $B(b)$.

Вычислим расстояние (в единичных отрезках) между этими точками при $a = -2$; $b = 4$ (рис. 2.52).



Рис. 2.52

Нам известно, что расстояние как длина отрезка выражается положительным числом.

Поэтому за выражение, определяющее расстояние между точками координатной прямой, принимается модуль разности координат данных точек.

$$|a - b| = |-2 - (+4)| = |-2 - 4| = |-6| = -(-6) = 6.$$

Если поменять местами уменьшаемое и вычитаемое, то модуль разности не изменится.

$$|b - a| = |4 - (-2)| = |4 + 2| = |6| = 6.$$

$$|a - b| = |b - a|.$$

Значит, расстояние между точками $A(-2)$ и $B(4)$ на координатной прямой равно 6 единицам, или равно 6.

Вывод:

Расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$ на координатной прямой равно модулю разности координат этих точек: $|a - b|$ (рис. 2.53).

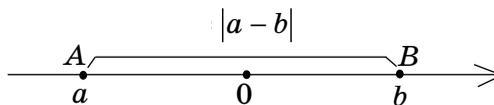


Рис. 2.53

Например, расстояние между точками $C(-9)$ и $D(-2)$ на координатной прямой равно:

$$|-9 - (-2)| = |-9 + 2| = |-7| = -(-7) = 7.$$



1. Чему равно расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$ на координатной прямой?
2. Если поменять местами уменьшаемое и вычитаемое, то изменится ли значение модуля разности?

455. Вычислите (устно):

1) $3 - 7$	2) $2 - 6$	3) $1,8 - 3$	4) $2,5 - 5$
$+9$	-8	-4	$+3$
-2	$+7$	$+6$	$+9,5$
-8	-9	-1	-6
$\frac{+4}{?}$	$\frac{+3}{?}$	$\frac{+2}{?}$	$\frac{-9}{?}$

A

456. Вычислите расстояния между точками $A(a)$ и $B(b)$ на координатной прямой:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) $a = -1; b = 4;$ | 4) $a = -2,3; b = 5;$ |
| 2) $a = -4; b = 2;$ | 5) $a = -7; b = -3;$ |
| 3) $a = 1,5; b = 6;$ | 6) $a = -4; b = 5.$ |

457. Для вычисления расстояния между точками $A(a)$ и $B(b)$ записано выражение:

1) $|-5 - (+2)|;$ 2) $|-4 - (-3)|;$ 3) $|7 - (+2)|.$

- Запишите точки A и B с координатами.
- Найдите расстояния между точками A и B на координатной прямой.

458. Сравните значения выражений $|a - b|$ и $|b - a|$:

- 1) при $a = 7; b = 2;$ 2) при $a = -8; b = 5.$

Какой вывод можно сделать?

459. Точки $A(-3)$ и $B(7)$, отмеченные на координатной прямой, одинаково удалены от точки C .

- Найдите координату точки C .
 - Вычислите расстояние между точками:
- 1) A и $B;$ 2) A и $C.$

460. Вычислите:

1) $-9 + (-3,5)$;

3) $-3,8 + (-5,4)$;

2) $-0,6 + \left(-\frac{1}{2}\right) + 0,7$;

4) $-0,75 + \left(-\frac{4}{5}\right) + 0,9$.

В

461. На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D (рис. 2.54).

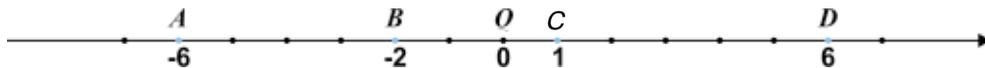


Рис. 2.54

Найдите расстояние между точками:

1) A и B ; 2) C и D ; 3) B и C .

462. Точка $E(1,5)$, отмеченная на координатной прямой, расположена на одинаковом расстоянии от точек $D(-3)$ и F .

- Найдите координату точки F .
- Вычислите расстояние между точками D и F .

463. На координатной прямой отмечены точки A и $B(-2)$. Определите координату точки A , если расстояние между точками A и B равно 6 единицам. Сколько решений имеет задача?

464. Имеются 4 пакета с одинаковыми по виду кольцами. В трех из них – кольца массой 10 г каждое, а в одном – кольца массой по 7 г. Есть весы, показывающие общую массу положенных на них пакетов. Как с помощью одного взвешивания определить, в каком пакете кольца массой по 7 г?

465. Решите уравнения:

1) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}x - \frac{1}{5}} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$;

2) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}} + \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$;

3) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}x + \frac{3}{8}} - \frac{1}{2} = \frac{5}{14}$.

Выберите ответы: А. 4; В. 3; С. 2; D. 6.

466. На координатной прямой отмечены точки $A(3x+5)$, $B(2x)$, расстояние между которыми равно 3 единичным отрезкам. Найдите значение x . Сколько решений имеет задача?
467. На координатной прямой отмечены точки $A(x+3)$, $B(x-1)$ и $C(x-2)$. Вычислите расстояние между точками:
1) A и B ; 2) A и C .
468. Точка $A(x+3)$, отмеченная на координатной прямой, расположена на одинаковом расстоянии от точек $B(x-2)$ и $C(2x+5)$. Найдите значение x .
469. Решите уравнения:
1) $3 \cdot |5 - x| = 21$; 3) $2 \cdot |4x - 9| - 5 = 1$;
2) $|x - 4| \cdot 6 = 18$; 4) $7 \cdot |2x - 3| - 23 = 12$.



459. С(2). 466. -8 ; -2 . 467. 1) 4 ; 2) 5 . 468. 3 . 469. 1) -2 ; 12 . 3) $1,5$; 3 .



Задание 1.

Найдите значение произведения: 1) $(-8) \cdot 5$; 2) $(-3,5) \cdot 2$; 3) $(-7) \cdot 3$.

Примечание.

Например, произведение $(-2) \cdot 5$ можно рассматривать как сумму пяти слагаемых, каждое из которых равно -2 .

Задание 2.

Пловец за 1 с нырнул на -3 м. На какую глубину он погрузится за 2 с? 5 с?

2.13. Умножение рациональных чисел

I. Умножение двух чисел с разными знаками.

Пример 1. Вычислим произведение $(-4) \cdot 3$.

$(-4) \cdot 3$ рассмотрим как сумму 3 слагаемых, каждое из которых равно -4 .

$$(-4) \cdot 3 = (-4) + (-4) + (-4) = -12. \quad (-4) \cdot 3 = -12.$$

$$\text{Аналогично: } (-0,35) \cdot 3 = (-0,35) + (-0,35) + (-0,35) = -1,05.$$

Отсюда сделаем вывод:

Чтобы перемножить два числа с разными знаками, надо перемножить модули этих чисел и поставить перед полученным числом знак «-».

Произведение двух чисел с разными знаками есть число отрицательное.

$$(-) \cdot (+) = (-)$$

$$(+) \cdot (-) = (-)$$

II. Умножение двух отрицательных чисел.

Еще в XVIII веке швейцарский математик и механик, ученый Леонард Эйлер объяснил умножение отрицательных чисел следующим образом: если $(-7) \cdot 5 = -35$, тогда произведение -7 на -5 не может быть равно -35 , т. к. число -5 противоположно числу 5 . Если один из множителей заменяется противоположным ему числом, то и произведение изменится на число, противоположное ему, то есть

$$(-7) \cdot (-5) = 7 \cdot 5 = 35.$$

Чтобы перемножить два отрицательных числа, надо перемножить их модули.

**Произведение двух отрицательных чисел
есть число положительное.**

$$(-) \cdot (-) = (+)$$

Пример 2. $(-0,2) \cdot (-1,5) = 0,3$,

При умножении рациональных чисел сначала определяют знак произведения, затем находят его модуль.

При четном количестве отрицательных множителей произведение будет положительным числом.

Пример 3. 1) $(-2,5) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}$; 2) $(-8) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-0,5) = 24$.

При нечетном количестве отрицательных множителей произведение будет отрицательным числом.

Пример 4. $(-2) \cdot (-3) \cdot (-7) = -42$;
 $(-8) \cdot (-0,5) \cdot (-7) \cdot (-0,1) \cdot (-2) = -5,6$.

Если хотя бы один из множителей равен 0, то значение произведения равно нулю.

Пример 5. 1) $(-8,9) \cdot 0 = 0$; 2) $0 \cdot (-7,3) = 0$;
3) $(-7) \cdot (x + 4) = 0$; $-7 \neq 0$, значит, $x + 4 = 0$;
 $x = -4$.



1. Сформулируйте правило умножения двух чисел с разными знаками.
2. Сформулируйте правило умножения двух отрицательных чисел.
3. В каком случае произведение двух чисел равно нулю?

470. Найдите произведение (устно):

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1) $(-3) \cdot (-18)$; | 3) $(-2) \cdot (-15)$; | 5) $(-30) \cdot (-2)$; |
| 2) $27 \cdot (-2)$; | 4) $9 \cdot (-7)$; | 6) $(-15) \cdot (+4)$. |

A

471. Найдите значение произведения:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $-15 \cdot (-6)$; | 5) $24 \cdot (-9)$; | 9) $-100 \cdot 0,81$; |
| 2) $2 \cdot (-35)$; | 6) $-0,8 \cdot 6$; | 10) $-0,3 \cdot (-40)$; |
| 3) $-12 \cdot (-7)$; | 7) $11 \cdot (-0,5)$; | 11) $-99 \cdot 0,1$; |
| 4) $-27 \cdot 0$; | 8) $-2,8 \cdot (-4)$; | 12) $-100 \cdot (-1)$. |

472. Найдите произведение:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|--|
| 1) $-1,9 \cdot 0,6$; | 4) $5,9 \cdot (-3,5)$; | 7) $0,8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$; |
| 2) $6,5 \cdot (-30,8)$; | 5) $-12,5 \cdot (-0,4)$; | 8) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot 0,75$; |
| 3) $-18,3 \cdot (-5,4)$; | 6) $5 \cdot (-9,3)$; | 9) $-0,4 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)$. |

473. Найдите значение выражения:

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--|
| 1) $(-11)^2$; | 4) $(-4)^3$; | 7) $(-10)^2 + 97$; |
| 2) $(-0,7)^2$; | 5) $(-0,2)^3$; | 8) $(-0,9)^2 - 1$; |
| 3) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$; | 6) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$; | 9) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 1$. |

474. Сравните:

- | | | |
|---------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| 1) $(-10)^3$ и 10^3 ; | 3) $(-2)^3$ и $(-3)^2$; | 5) $1,2^2$ и $(-1,2)^2$; |
| 2) $(-0,1)^2$ и $0,1^2$; | 4) $(-0,5)^2$ и $(-0,5)^3$; | 6) $(-1)^{99}$ и $(-1)^{100}$. |

475. Найдите значение выражения:

- | | |
|--|--|
| 1) $3,26x$ при $x = -10$; -100 ; | 3) $-0,8xy$ при $x = -10$; $y = -0,5$; |
| 2) $\frac{2}{11}(x+y)$ при $x = -13$; $y = 2$; | 4) $-\frac{3}{4} \cdot (x-y)$ при $x = 5$; $y = 13$. |

476. Вычислите:

- | | | |
|-------------------------------|---|---|
| 1) $3a \cdot (-8)$; | 3) $-7c \cdot (-3d)$; | 5) $10m \cdot (-0,5n)$; |
| 2) $-5 \cdot \frac{3}{10}b$; | 4) $-8c \cdot \left(-\frac{3}{4}d\right)$; | 6) $-9m \cdot \left(-\frac{2}{3}n\right)$. |

Образец: $6a \cdot \left(-\frac{1}{3}b\right) = -2ab.$

477. На перевозку товаров в первые 3 дня недели коммерсант ежедневно расходовал по 3000 тг. А в оставшиеся 4 дня расходовал по 2300 тг ежедневно. Сколько денег израсходовал коммерсант на перевозку товаров в течение недели?

478. Температура раскаленного олова при охлаждении за 1 мин изменяется на -3°C . На сколько градусов изменится температура олова при охлаждении через t мин, если: $t = 2$; $t = 3$?

479. При приближении к остановке за каждую секунду скорость автобуса изменяется на $-2,5$ м/с. На сколько изменилась скорость автобуса за 4 с?



480. Решите уравнение, используя свойство произведения, равного нулю:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1) $(-12) \cdot (x + 6,7) = 0$; | 4) $-76,3 \cdot (x - 6) = 0$; |
| 2) $(26,9 - x) \cdot 8,1 = 0$; | 5) $-2,5 \cdot (5,7 + x) = 0$; |
| 3) $45,9 \cdot (5,2 + x) = 0$; | 6) $(12,3 + x) \cdot 10 = 0$. |

481. Перерисуйте треугольники в тетрадь (рис. 2.55). Вычислите их площадь, достраивая до прямоугольников.

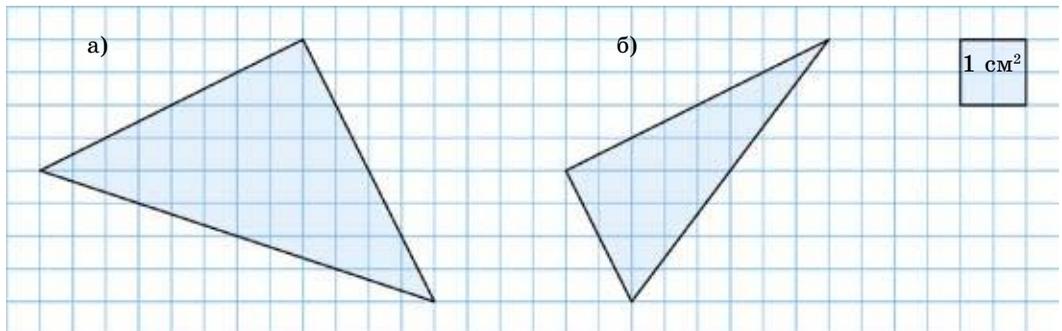


Рис. 2.55

В

482. Вместо звездочки поставьте такое число, чтобы получилось верное равенство:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $7 \cdot (*) = -21$; | 3) $-5 \cdot (*) = -30$; | 5) $(*) \cdot (-9) = -63$; |
| 2) $-15 \cdot (*) = 60$; | 4) $(*) \cdot (-4) = 36$; | 6) $(-25) \cdot (*) = -100$. |

483. Выполните действия:

$$\begin{array}{lll} 1) -63 \cdot (7 - 11); & 4) (26 - 11) \cdot (-0,4); & 7) (6,5 - 8) \cdot 2,4; \\ 2) 9,9 \cdot (3 - 5); & 5) (32 - 40) \cdot 3,5; & 8) (7,2 - 9,6) \cdot (-3,5); \\ 3) -2,2 \cdot (8 - 3); & 6) (0,99 - 1) \cdot 2,6. & 9) (5,3 - 4,8) \cdot (-6,2). \end{array}$$

484. Запишите обыкновенную дробь в виде десятичной и вычислите:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2,125) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) + 9,35; & 3) 1,28 \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right) \cdot 3,5 - 45,92; \\ 2) -5\frac{2}{5} \cdot 3,125 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) - 32; & 4) \left(-6\frac{3}{4}\right) \cdot (-10) \cdot (-1,3) + 100. \end{array}$$

485. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) x + \frac{5}{7} = \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot 1\frac{1}{3}; & 3) \left(-6\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{5}\right) + x = -0,5; \\ 2) y - \frac{7}{12} = 3\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right); & 4) \left(-\frac{5}{14}\right) \cdot \frac{21}{25} - y = 3\frac{3}{4}. \end{array}$$

486. Продавец принял 15 т сахара по a тг за килограмм, а продал его, увеличив цену на 10%. На различные расходы он потратил 15% прибыли. Сколько тенге составляет чистая прибыль продавца?

487. Скорость самолета 864 км/ч. Так как самолет летел против ветра, его скорость уменьшилась на 7,5 м/с. Какое расстояние пролетит самолет, если он будет лететь против ветра 1 час?

488°. При повышении температуры на 1°C , столбик ртути в термометре поднимается на 2 мм. На сколько миллиметров изменится высота столбика ртути в термометре, если температура изменится: 1) на 10°C ; 2) на -7°C ?

489. Решите уравнения:

$$1) \frac{x}{\frac{1}{3} - \frac{5}{6}} = \frac{8}{9}; \quad 2) \frac{x + \frac{8}{15}}{\frac{1}{6} - \frac{4}{15}} = -20; \quad 3) \frac{y + \frac{3}{8}}{\frac{7}{20} - \frac{7}{8}} = \frac{4}{7}; \quad 4) \frac{\frac{3}{5} + y}{\frac{4}{6} - \frac{8}{9}} = -9.$$

С

490. Вычислите:

$$1) \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{15}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right); \quad 2) \left(\frac{1}{6} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7}\right) \cdot 7\frac{1}{5};$$

$$3) \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{2}\right) \cdot (-4); \quad 4) \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{9} - \frac{2}{5}\right) \cdot 27.$$

491. Не выполняя умножения, сравните:

$$1) (-4^2) \cdot (-3^2) \cdot (-2)^2 \cdot (-1)^2 \text{ и } 0; \quad 3) (-1)^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-3)^3 \cdot (-4)^3 \cdot (-5)^3 \text{ и } 0;$$

$$2) (-5) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \text{ и } 0; \quad 4) \underbrace{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-1) \cdot (-1)}_{100 \text{ раз}} \text{ и } 0.$$

492. Найдите значение выражения:

$$1) \left(-6\frac{2}{5} + 3\right) \cdot (3 - 4,5) \cdot \frac{5}{17}; \quad 3) \left(7\frac{3}{5} \cdot (-2,5) - 4\frac{3}{20} \cdot (-10)\right) \cdot \left(2 - 3\frac{4}{25}\right).$$

$$2) \left((-2\frac{1}{2}) \cdot 8 - (-6) \cdot 1\frac{4}{5}\right) \cdot 0,5;$$

493. Вычислите:

$$\underbrace{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \dots - \frac{1}{2}\right)}_{10 \text{ раз}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{100}\right)}_{15 \text{ раз}}$$

494. По мере удаления вверх от поверхности земли температура воздуха на каждые 100 м высоты изменяется на $-0,6^\circ\text{C}$. Найдите температуру воздуха на высоте 1 км, 2 км и 3 км от подножия горы, где температура воздуха была -4°C .

495*. Решите задачу с помощью уравнения.

Ученик должен был решить 40 задач. За каждую нерешенную задачу он проигрывал 3 очка, а за каждую решенную задачу он выигрывал 5 очков. В результате он набрал 0 очков. Сколько задач решил ученик?

496. Решите уравнение:

$$\frac{8,5 - \frac{5}{8} \cdot 2,4}{\left(\frac{7}{15} - \frac{5}{18}\right) \cdot 2\frac{11}{17}} = \frac{\left(2\frac{3}{22} - \frac{2}{55}\right) \cdot 0,6}{0,45x}.$$

Ключевые факты.

Умножение рациональных чисел.

Произведение двух чисел одного знака положительно, а произведение двух чисел разных знаков отрицательно. Чтобы найти модуль произведения, нужно перемножить модули множителей.

Например, 1) $-5,7 \cdot (-2) = 11,4$;

$$2) 9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -6.$$

▲ 481. а) 10 см^2 ; б) 5 см^2 . 484. 1) 8,5; 2) $-25,25$; 3) -56 ; 4) $12,25$.

485. 1) $-1\frac{3}{14}$; 2) $-1\frac{5}{12}$; 3) $-8,5$; 4) $-4,05$. 486. $1275a \text{ тг}$. 487. 837 км .

489. 1) $-\frac{4}{9}$; 2) $1\frac{7}{15}$; 3) $-\frac{27}{40}$; 4) $-0,25$. 490. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $-0,2$; 3) $-0,25$.

492. 1) 1,5; 2) $-4,6$; 3) $-26,1$. 493. $-0,1$. 494. -10°C ; -16°C ; -22°C .

495. 15 задач. 496. 0,2.



Задание. Найдите значение произведения:

1) $(-0,2) \cdot 7 \cdot (-5)$;

2) $(-1,5) \cdot (-0,25) \cdot 2 \cdot (-4)$;

3) $(-0,7) \cdot (-2) \cdot (-0,5) \cdot 10$.

Способ 1. Последовательно умножая числа.

Способ 2. Группируя множители таким образом, чтобы их произведения были целыми числами.

Изменилось ли значение произведения? Какой способ удобнее?

2.14. Переместительное и сочетательное свойства умножения рациональных чисел

Умножение рациональных чисел сводится к умножению их модулей, а модули – числа положительные. Значит, умножение рациональных чисел a , b и c обладает переместительным и сочетательным свойствами.

Переместительное свойство умножения рациональных чисел.

От перестановки множителей значение произведения не меняется.

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Пример 1. $3 \cdot (-4,2) = -12,6;$ $(-4,2) \cdot 3 = -12,6.$
 $3 \cdot (-4,2) = (-4,2) \cdot 3$

Сочетательное свойство умножения рациональных чисел.

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего чисел.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Пример 2. $(3 \cdot (-1,2)) \cdot (-5) = -3,6 \cdot (-5) = 18;$
 $3 \cdot ((-1,2) \cdot (-5)) = 3 \cdot 6 = 18;$
 $(3 \cdot (-1,2)) \cdot (-5) = (3 \cdot ((-1,2) \cdot 5)).$

Используя переместительное и сочетательное свойства умножения, в любом произведении можно переставлять множители и группировать их в скобки произвольным образом.

Пример 3. $0,25 \cdot (-1,2) \cdot (-8) \cdot 5 = (0,25 \cdot (-8)) \cdot ((-1,2) \cdot 5) =$
 $= (-2) \cdot (-6) = 12.$



1. Сформулируйте переместительное свойство умножения рациональных чисел.
2. Запишите с помощью букв сочетательное свойство умножения рациональных чисел.

497. Выполните действия наиболее удобным способом (устно):

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| 1) $-5 \cdot (-9) \cdot (-2);$ | 4) $-1,5 \cdot (-3) \cdot (-2);$ |
| 2) $-4 \cdot (-7) \cdot 0,25;$ | 5) $2,5 \cdot (-4) \cdot (-8);$ |
| 3) $-0,2 \cdot 6 \cdot (-5);$ | 6) $-0,5 \cdot 4 \cdot (-6).$ |

A

498. Пользуясь сочетательным свойством, вычислите наиболее удобным способом:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 1) $(3 \cdot (-2)) \cdot 5;$ | 4) $(-9 \cdot 15) \cdot (-2);$ |
| 2) $(-9 \cdot 4) \cdot (-2,5);$ | 5) $(-8 \cdot (-12)) \cdot 5;$ |
| 3) $(13 \cdot (-5)) \cdot 20;$ | 6) $(3 \cdot (-25)) \cdot 2.$ |

499. Пользуясь переместительным и сочетательным свойствами, выполните действия в наиболее удобном порядке:

$$1) -\frac{3}{4} \cdot 7 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right); \quad 4) 1\frac{1}{2} \cdot (-5) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right);$$

$$2) \frac{5}{6} \cdot (-8) \cdot \frac{3}{5}; \quad 5) \frac{3}{8} \cdot (-13) \cdot 2\frac{2}{3};$$

$$3) -\frac{5}{9} \cdot (-11) \cdot 1\frac{4}{5}; \quad 6) -1\frac{3}{7} \cdot (-9) \cdot \left(-\frac{7}{10}\right).$$

500. Вычислите произведение:

$$1) -4a \cdot 5; \quad 4) 4x \cdot (-3); \quad 7) m \cdot (-3) \cdot (-5);$$

$$2) 8b \cdot (-3); \quad 5) 9y \cdot (-5); \quad 8) n \cdot 7 \cdot (-2);$$

$$3) (-5c) \cdot 2; \quad 6) (-7m) \cdot (-8); \quad 9) (-k) \cdot 5 \cdot (-3).$$

501. Периметр треугольника 29 см. Сумма первой и второй сторон равна 16 см, а сумма второй и третьей сторон равна 20 см. Найдите стороны треугольника.

В

502. Вычислите, используя переместительное и сочетательное свойства умножения:

$$1) -0,2 \cdot (-5) \cdot 13; \quad 4) (-4) \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) \cdot 5;$$

$$2) -2,5 \cdot (-1,3) \cdot 4; \quad 5) \left(-\frac{8}{15}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right);$$

$$3) -0,25 \cdot (-0,3) \cdot (-4); \quad 6) \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot (-5) \cdot 4.$$

503. Вычислите наиболее рациональным способом:

$$1) (-7) \cdot (-0,5) \cdot (-3) \cdot (-2);$$

$$2) (-1,25) \cdot 5 \cdot (-8) \cdot (-6);$$

$$3) 0,2 \cdot (-25) \cdot (-5) \cdot 4;$$

$$4) 0,5 \cdot (-20) \cdot (-4) \cdot (-8).$$

504. На занятии математического кружка 16 учащихся сидят за 8 столами. Из них более половины мальчики. Докажите, что какие-то 2 мальчика сидят за одним столом.

505⁰. В непрозрачном пакете лежат 7 зеленых, 4 желтых и 2 красных шаров. Сколько шаров (в худшем случае) надо вытащить, чтобы среди них оказалось:

- 1) 3 зеленых шара;
- 2) 2 желтых шара;
- 3) 1 красный шар.

С

506. Вычислите, используя переместительное и сочетательное свойства умножения:

$$1) \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{12}\right); \quad 3) \left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{24}{25}\right);$$

$$2) \left(-\frac{9}{10}\right) \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right); \quad 4) \left(-\frac{25}{44}\right) \cdot \frac{63}{100} \cdot \frac{22}{45} \cdot \left(-2\frac{2}{7}\right).$$

507. Найдите значение выражения, если $cd = 7$.

$$1) ((-3c) \cdot 2,5) \cdot (-4d); \quad 3) (c \cdot (-5)) \cdot 0,4d;$$

$$2) 1,5c \cdot ((-8d) \cdot 7); \quad 4) ((-0,3c) \cdot (-2)) \cdot (10d).$$

508*. Смешали 300 г 40%-ного раствора соли и 10%-ный раствор соли, массой в 2 раза меньшей. Какова концентрация соли в полученном растворе?

509. Решите уравнения:

$$1) \frac{x - \frac{3}{4}}{\frac{3}{8} - \frac{1}{6}} = 6; \quad 2) \frac{x - \frac{7}{15}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = -4; \quad 3) \frac{\frac{2}{3} + x}{\frac{5}{2} - \frac{1}{6}} = -2.$$



501. 9 см, 7 см, 13 см. **505.** 1) 9 шаров; 3) 12 шаров. **506.** 1) $-\frac{1}{8}$;
3) $-0,7$. **507.** 1) 210; 4) 42. **508.** 30%. **509.** 1) 2; 2) $-\frac{8}{15}$; 3) $-1,4$.



Научитесь использовать!

1) $(-3) \cdot 4 = -12$, если $x = 4$, то получим уравнение: $(-3) \cdot x = -12$
 $x = -12 : (-3)$
 $x = 4$.
 Значит, $-12 : (-3) = 4$.

2) $(-2) \cdot (-5) = 10$, если $x = -5$, то получим уравнение: $(-2) \cdot x = 10$
 $x = 10 : (-2)$
 $x = -5$.
 Значит, $10 : (-2) = -5$.

Вычислите и заполните рамочки:

$$1) 25 : (-5) = -\square; \quad 2) (-30) : (-6) = \square; \quad 3) (-42) : 3 = -\square.$$

2.15. Деление рациональных чисел

Действие деления рациональных чисел – действие, обратное действию умножения рациональных чисел.

Известно, что разделить число a на число b – это значит найти такое число c , при умножении которого на число b получится число a .

$a : b = c$; $c \cdot b = a$, где $b \neq 0$; a , b и c – рациональные числа.

I. Деление чисел с разными знаками.

Задание.

?

1. Угадайте корень уравнения:

а) $-5 \cdot x = 30$; б) $7 \cdot y = -21$; в) $9 \cdot n = -36$.

2. Запишите решение каждого уравнения и его корни.

3. Найдите модуль неизвестного для каждого уравнения.

4. Сформулируйте правило деления чисел с разными знаками.

Проверьте себя.

1.

2.

1) $-5 \cdot x = 30$;

$-5 \cdot (-6) = 30$;

$x = 30 : (-5) = -6$; $x = -6$;

2) $7 \cdot y = -21$;

$7 \cdot (-3) = -21$;

$y = -21 : 7 = -3$; $y = -3$;

3) $9 \cdot n = -36$;

$9 \cdot (-4) = -36$;

$n = -36 : 9 = -4$; $n = -4$;

3. 1) $|x| = |30| : |-5| = 6$; 2) $|y| = |-21| : |7| = 3$; 3) $|n| = |-36| : |9| = 4$.

4. При делении чисел с разными знаками надо разделить модуль делимого на модуль делителя и поставить перед частным знак «-».

Если делимое и делитель числа имеют разные знаки, то частное – число отрицательное.

$$(-) : (+) = (-)$$

$$(+) : (-) = (-)$$

Пример 1. Вычислим значение частного $-4,2 : 6$.

$$|-4,2| : |6| = 4,2 : 6 = 0,7.$$

Значит. $-4,2 : 6 = -0,7$, так как $(-0,7) \cdot 6 = -4,2$.

II. Деление отрицательного числа на отрицательное.

Пример 2. Найдем частное $-4 : (-8)$.

Для этого частное запишем в виде дроби и умножим делимое и делитель на (-1) .

$$\text{Тогда получим: } (-4) : (-8) = \frac{-4}{-8} = \frac{(-4) \cdot (-1)}{(-8) \cdot (-1)} = \frac{4}{8} = 0,5.$$

Значит, $-4 : (-8) = |-4| : |-8| = 0,5$, или $(-4) : (-8) = 0,5$.

Чтобы разделить отрицательное число на отрицательное, надо разделить модуль делимого на модуль делителя.

Если делимое и делитель имеют одинаковые знаки, то частное – число положительное.

$$(-) : (-) = (+)$$

Пример 3. $(-3,6) : (-1,2) = 3$.

При нахождении частного сначала определяют его знак, затем находят частное модулей.

Делить на нуль нельзя.



1. Сформулируйте правило деления чисел, имеющих разные знаки.
2. Сформулируйте правило деления отрицательного числа на отрицательное.
3. На какое рациональное число делить нельзя?

510. Найдите частное (устно):

- | | | | |
|------------------|------------------|----------------|-------------------|
| 1) $-4 : (-1)$; | 2) $24 : (-3)$; | 3) $-30 : 5$; | 4) $-0,5 : 0,1$; |
| $0 : (-2)$; | $28 : (-7)$; | $45 : (-15)$; | $-6,3 : 3$; |
| $-10 : (-5)$; | $15 : (-5)$; | $48 : (-12)$; | $-0,8 : 4$. |

A

511. Выполните деление:

- | | | | |
|-----------------|------------------|----------------------|---------------------|
| 1) $-42 : 3$; | 2) $72 : (-3)$; | 3) $-6,3 : (-0,9)$; | 4) $2,4 : (-0,8)$; |
| $78 : (-26)$; | $-76 : 19$; | $-5,4 : (-3)$; | $-15,5 : 5$; |
| $-3,6 : (-4)$; | $-68 : (-34)$; | $-270 : (-5)$; | $-8,7 : (-3)$; |

512. Вычислите:

- | | | | |
|--|--------------------------------------|---|--|
| 1) $\frac{2}{3} : (-2)$; | 2) $4 : \left(-\frac{1}{2}\right)$; | 3) $\left(-\frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{5}{12}\right)$; | 4) $\left(-4\frac{2}{3}\right) : \frac{2}{9}$; |
| $\left(-\frac{3}{4}\right) : 1\frac{1}{2}$; | $5 : \left(-\frac{5}{8}\right)$; | $-3\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2}$; | $\left(-6\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{8}\right)$. |

513. Запишите смешанное число в виде десятичной дроби и выполните деление:

$$\begin{array}{lll}
 1) -7\frac{1}{2} : (-5); & 3) -11\frac{1}{5} : 8; & 5) -7\frac{3}{5} : (-4); \\
 2) -8\frac{2}{5} : 7; & 4) 13\frac{4}{5} : (-6); & 6) -18\frac{3}{4} : (-3).
 \end{array}$$

514. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll}
 1) (-8,1) : x \text{ при } x = 3; -0,9; & 3) -8,5 : (-x) \text{ при } x = 1,7; -5; \\
 2) x : 1,3 \text{ при } x = -6,5; 5,2; & 4) x : (-1,8) \text{ при } x = -4,5; 9.
 \end{array}$$

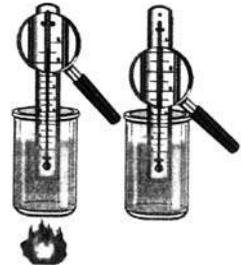
515. Выполните деление:

$$\begin{array}{lll}
 1) -2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}; & 3) 3\frac{3}{8} : \left(-2\frac{1}{4}\right); & 5) -5\frac{4}{9} : \left(-2\frac{1}{3}\right); \\
 2) -4\frac{2}{3} : \left(-1\frac{1}{6}\right); & 4) -7\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}; & 6) 9\frac{1}{3} : \left(-6\frac{2}{9}\right).
 \end{array}$$

516. Температура нагретой жидкости за 3 мин остывания изменилась на -15°C . На сколько градусов изменяется температура нагретой жидкости за минуту?

517. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll}
 1) -1,22 \cdot x = 6,1; & 4) -5,3 \cdot x = 2,65; \\
 2) -8,9 \cdot (-x) = 11,57; & 5) 0,3 \cdot (-x) = -2,34; \\
 3) 9,6 \cdot (-y) = -43,2; & 6) -6,1 \cdot y = 19,52.
 \end{array}$$



518. Сколько треугольников на рисунке 2.56?

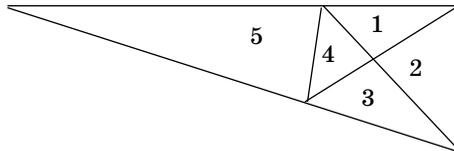


Рис. 2.56

В

519. Найдите частное:

$$\begin{array}{llll}
 1) \frac{-10,8}{-3,6}; & 3) \frac{-2,32}{5,8}; & 5) \frac{-2,25}{0,25}; & 7) \frac{-4,6}{-9,2}; \\
 2) \frac{-16,8}{2,4}; & 4) \frac{53,4}{-6}; & 6) \frac{-15,2}{9,5}; & 8) \frac{-4,88}{6,1}.
 \end{array}$$

520. Выполните действия:

1) $56 : (-7) + 3$; 4) $19 - (2 - 18 : 3)$;
2) $-8 \cdot (-5) + 75 : (-15)$; 5) $-60 : 15 + 7 \cdot (6 - 14)$;
3) $(12 - 28) : (-4) \cdot 5$; 6) $-11 \cdot (5 - 9) - 60 : (-12)$.

521. Вычислите:

1) $\left(10\frac{1}{8} - 17\right) : 2,75 - 7,6$; 3) $0,75 : \left(-\frac{3}{20}\right) - 8,4 : \left(-\frac{2}{3}\right)$;
2) $\left(-2\frac{2}{3} - 2\frac{4}{21}\right) : \frac{17}{21} + 5,1$; 4) $7,6 : \left(-1\frac{4}{15}\right) - (-9,75) : 1\frac{1}{12}$.

522. Вычислите:

1) $\frac{-3,8 + 1,5 - 4}{7 - 4,9}$; 3) $\frac{-0,5 \cdot 8 + 1,6 \cdot 3}{0,84 - 1}$;
2) $\frac{6,8 - 7 + 8}{5,4 - 6,7}$; 4) $\frac{0,6 \cdot (-9) - 3,6}{-1,5 \cdot 4}$.

523. Решите уравнения:

1) $(4,5x + 3,6) \cdot (-19,6) = 0$; 3) $-32,7 \cdot (0,1x + 6,3) = 0$;
2) $(1,2x + 16,8) \cdot (-13,1) = 0$; 4) $-15\frac{1}{13} \cdot (1,9x + 5,7) = 0$.

524*. Как от ленты длиной $\frac{3}{5}$ м отрезать $\frac{1}{2}$ м, не пользуясь никакими измерительными приборами?

525. Найдите значение x :

1) $|2x| = 6$; 3) $|5x| + 3 = 8$; 5) $|1,5x| - 2 = 4$;
2) $|3x| = 12$; 4) $|4x| + 5 = 17$; 6) $7 - |6x| = -5$

526. Из бассейна вода вытекала через трубу. Вода в бассейне была на уровне 1 м 20 см. А через 3 минуты ее уровень был равен 75 см. На сколько сантиметров понижался уровень воды в бассейне каждую минуту?

527. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $\frac{-7}{8} = \frac{x}{24}$; 3) $\frac{-5}{1,2} = \frac{x}{-6}$; 5) $\frac{-1,9}{3} = \frac{x}{15}$;
2) $\frac{5}{-9} = \frac{10}{x}$; 4) $\frac{-3,5}{4} = \frac{x}{20}$; 6) $\frac{4,1}{-7} = \frac{20,5}{-y}$.

528. Решите уравнение:

$$1) 3|2x| - 9,75 = 2\frac{1}{4}; \quad 2) -4|5x| + 6\frac{2}{5} = -5,6; \quad 3) -2|x+1| + 4\frac{1}{3} = -1\frac{2}{3}.$$

529. Упростите выражение:

$$1) \frac{-30a \cdot (-56)}{2a \cdot 14 \cdot (-5)}; \quad 3) \frac{-33a \cdot 6,5b}{0,5b \cdot 1,3 \cdot (-11a)};$$

$$2) \frac{-2b \cdot (-3) \cdot 125}{5 \cdot (-75b)}; \quad 4) \frac{-88ab \cdot 9,3}{3,1 \cdot (-6,6) \cdot (-4ab)}.$$

530. Вычислите:

$$1) \frac{|-5,6| \cdot 9 \cdot |-1,5|}{(-2,7) \cdot (-0,8) \cdot |-1,4|}; \quad 2) \frac{|3,2-4| \cdot 8,1 \cdot |0,14-0,64|}{0,9 \cdot |-3,2| \cdot |-0,75|}.$$

531. Вычислите приведением множителей к целым числам:

$$1) \frac{2,4 \cdot 9,5 \cdot (-3,5)}{5 \cdot (-7) \cdot 0,6}; \quad 3) \frac{-2,5 \cdot (-6) \cdot 0,9 \cdot (-0,36)}{0,2 \cdot (-8,1) \cdot 2,5};$$

$$2) \frac{-9 \cdot 2,4 \cdot (-7,2)}{-3 \cdot 1,8 \cdot 3,6}; \quad 4) \frac{12 \cdot (-8,5) \cdot (-0,23)}{5 \cdot (-2,3) \cdot (-0,6)}.$$

532. Вычислите:

$$1) \left(-3,8 + 2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{7}{8}\right) + 4\frac{1}{6} : \left(-1\frac{2}{3}\right); \quad 3) \left(-\frac{5}{12} - \frac{3}{4}\right) : 2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3} \cdot 0,75;$$

$$2) \left(-2,5 - 1\frac{5}{6}\right) : 1\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9} \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right); \quad 4) \left(\frac{3}{4} - 1\frac{7}{8}\right) : \frac{3}{4} + 3\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{7}.$$

533. Асхат задумал число. Это задуманное число он умножил на -7 , затем к полученному произведению прибавил $15,7$ и в результате получил число $-11,6$. Какое число задумал Асхат?

534*. Решите задачу рациональным способом.

В ящике находились яблоки. $\frac{1}{2}$ всех яблок без 6 были красными, $\frac{1}{2}$ оставшихся яблок и еще 3 – желтыми. Остальные 7 яблок зеленые.

- Сколько всего яблок было в ящике?
- Сколько красных яблок было в ящике?
- Сколько желтых яблок было в ящике?

535. Решите уравнение:

$$1) 0,5 \cdot |2x - 5| - 8 = -6,5; \quad 3) 6,8 \cdot |5x - 24| + 2,3 = 4;$$

$$2) |9 - 4x| : 8 + 0,875 = 1; \quad 4) |4x - 3| \cdot 2,6 + 3,8 = 22.$$

Ключевые факты.

Деление рациональных чисел.

Частное двух чисел одного знака положительно, а частное двух чисел разных знаков отрицательно. Чтобы найти модуль частного, нужно разделить модуль делимого на модуль делителя.

Например:

$$1) -12,6 : (-1,8) = 7;$$

$$2) 4 : (-2,5) = -1,6;$$

$$3) -2,7 : 1,8 = -1,5.$$

- ▲ **517.** 2) 1,3; 4) -0,5; 6) -3,2. **518.** 12 треугольников. **521.** 1) -10,1; 2) -0,9; 3) 7,6; 4) 3. **522.** 1) -3; 2) -6; 3) -5; 4) 1,5. **525.** 3) -1; 1; 6) -2; 2. **527.** 2) -18; 4) -17,5. **528.** 1) -2; 2; 3) -4; 2. **529.** 1) -12; 2) -2; 3) 30; 4) -10. **530.** 1) 25; 2) 1,5. **531.** 1) 3,8; 2) -8; 3) 1,2; 4) 3,4. **532.** 1) 0,25; 2) 5; 3) 3,5. **533.** 3,9. **534.** Всего 28 яблок. 8 красных яблок; 13 желтых яблок. **535.** 1) 1; 4; 2) 2; 2,5; 3) 4,75; 4,85; 4) -1; 2,5.

2.16. Сложные задачи на проценты (Для дополнительного изучения)

А

- 536.** На автостоянке стояли грузовые и легковые машины. Число легковых машин больше числа грузовых в:
1) 1,15 раза; 2) 1,2 раза; 3) 1,34 раза.
На сколько процентов число легковых машин больше, чем число грузовых?
- 537.** Число m больше числа n : на 30%; на 45%; на 50%.
Во сколько раз число m больше числа n ?
- 538.** 1) Длину прямоугольника увеличили на 10% и ширину – на 20%.
На сколько процентов увеличилась площадь прямоугольника?
А. На 40%; **В.** На 32%; **С.** На 25%; **Д.** На 30%.

2) Длину прямоугольника увеличили на 50%, а ширину уменьшили на 50%. Как изменилась площадь прямоугольника? На сколько процентов?

539. Цена товара повысилась на 10%, затем понизилась на 20%, и товар стал стоить 660 тг. Какова была его первоначальная цена?
540. В магазинах *C* и *D* одинаковые велосипеды продавались по одной и той же цене. В магазине *C* цену велосипеда сначала понизили на 10%, а затем – еще на 20%. В магазине *D* цену такого же велосипеда понизили на 30%. В каком магазине цена велосипеда стала дешевле? На сколько процентов?
541. Велосипедист должен был проехать 50 км. В первый час он проехал 30% намеченного расстояния, а во второй час – 40% оставшегося расстояния. Сколько километров ему осталось проехать?
542. Из всех деревьев в саду 84% плодово-ягодные, из них 25% вишневые. Сколько процентов от общего числа деревьев в саду составляют вишневые деревья?
543. Дети собирали в саду груши и яблоки. Из всех собранных фруктов 30% были груши, а остальное – яблоки. Из всех собранных яблок 60% – апорт. Сколько процентов от числа всех собранных фруктов составляет апорт?
544. В библиотеке 25 000 книг. 40% всех книг – учебники, из них 12% – учебники по математике. Сколько учебников по математике в школьной библиотеке?
545. Площадь клумбы в прошлом году была 105 м². В этом году ее увеличили на 20%, и на 16% этой площади посадили ромашки. Какова площадь клумбы, занятая ромашкой?
546. Катер в первый час плыл со скоростью 18 км/ч. Во второй час уменьшил скорость на 15%, а в третий час последнюю скорость увеличил на 20%. Какова скорость катера в третий час?
А. 20,8 км/ч; В. 16,5 км/ч; С. 18,36 км/ч; D. 19,7 км/ч.

В

547. На озере плавают гуси и утки. Количество гусей составляет 40% от количества уток. Сколько процентов составляет количество уток от количества гусей?

A. 250%; B. 230%; C. 220%; D. 240%.

548. Ширину прямоугольника увеличили на 25%. На сколько процентов надо уменьшить длину прямоугольника, чтобы его площадь не изменилась?
549. При подъеме на возвышенность скорость автобуса уменьшилась на 20%. На сколько процентов увеличилось время движения автобуса на этом участке?
550. Картофель содержит 20% крахмала, а овес – 60%. Сколько надо взять картофеля, чтобы в нем содержалось столько же крахмала, сколько его содержится в 2 кг овса?
551. Скорость черного стрижа равна 44 м/с. Скорость скворца составляет 45% от скорости стрижа, а скорость вороны – 75% от скорости скворца. Найдите скорость вороны.
552. Сплав массой 2 кг, содержащий 40% меди, сплавил с куском чистой меди массой 500 г. Каково процентное содержание меди в полученном сплаве?

При сложном процентном росте процент каждый раз исчисляется от его предыдущего значения, то есть предыдущее значение суммы принимается за 100%.

Формула сложного процентного роста:

$$S_n = S \left(1 + \frac{P}{100} \right)^n.$$

Где S – первоначальная сумма;

P – число процентной ставки;

n – количество единиц времени (год, месяц);

S_n – сумма, полученная после сложного процентного роста.

Задача. Клиент открыл в банке счет и положил на вклад 3 000 000 тг. Годовая процентная ставка банка 8%. Каким станет вклад через 3 года, если банк начисляет по сложному проценту?

Решение. $100\% + 8\% = 108\%$; $108\% = 1,08$.

1) Через год на его счете будет: $3\,000\,000 \cdot 1,08 = 3\,240\,000$ (тг).

2) Через 2 года на его счете будет: $3\,240\,000 \cdot 1,08 = 3\,499\,200$ (тг).

3) Через 3 года на его счете будет: $3\,499\,200 \cdot 1,08 = 3\,779\,136$ (тг).

Значит, через 3 года на его счете будет:

$3\,000\,000 \cdot 1,08^3 = 3\,779\,136$ (тг).

Если используем формулу сложного процентного роста, то

$$S_3 = 3\,000\,000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 = 3\,000\,000 \cdot 1,08^3 = 3\,779\,136 \text{ (тг).}$$

553. 1) Банк начисляет 10% годовых, а внесенная сумма 700 000 тг. Каким станет вклад через 2 года, если банк начисляет сложные проценты?
2) Вкладчик положил в банк 400 000 тг. Годовая процентная ставка банка 15%. Какая сумма будет на счете у клиента через 3 года при начислении банком сложных процентов?
554. Рыбаки во вторник выловили рыбы на 30% больше, чем в понедельник. В среду они выловили 468 рыб, что на 10% меньше, чем во вторник. Сколько рыбы выловили рыбаки в понедельник?
555. Площадь посева в первый год составила 200 гектаров, во второй год ее увеличили на 20%, а в третий год – еще на 20%. Сколько гектаров составила площадь посева в третий год?
556. Товар стоимостью 4000 тг уценялся три раза. В первый раз цена товара была снижена на 10%, во второй раз – еще на 10% и в третий раз новая цена уменьшалась еще на 10%. Какова последняя цена товара?
A. 282 га; B. 275 га; C. 290 га; D. 288 га.

557. Градусная мера угла AOB составляет 20% от градусной меры угла AOD (рис. 2.57). Градусная мера угла BOC составляет 40% от градусной меры угла BOD . $\angle COD = 72^\circ$. Найдите градусную меру угла AOD .

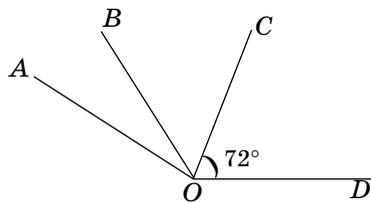


Рис. 2.57

558. В парке количество елей на 20% меньше, чем количество берез, а количество сосен на 15% меньше, чем количество елей. На сколько процентов количество сосен меньше, чем количество берез?

C

559. В зоомагазине можно приобрести зеленых и желтых попугаев. Количество зеленых попугаев составляет 60% от количества желтых. Сколько процентов от количества всех попугаев в зоомагазине составляет количество зеленых?
560. Количество пассажирского транспорта города в первый год увеличилось на 10%. Во второй год по сравнению с первым оно увеличи-

лось еще на 20%. В третий год по сравнению со вторым количество увеличилось еще на 25% и стало 19 800. Сколько пассажирского транспорта было в городе первоначально?

- 561.** В лесу 4% птиц составляют дятлы, 25% от оставшихся птиц – кукушки, 25% от нового остатка – филины, а остальные – другие виды птиц. Сколько процентов других видов птиц в лесу?
- 562.** Из 14 т руды выплавляли 7 т металла, содержащего 10% примесей. Сколько процентов чистого металла было в руде?
- 563.** В первом классе учатся 160 учеников, что составляет 25% всех учащихся начальных классов. 40% всех учащихся школы составляют ученики начальных классов. Сколько всего учеников в школе?
- 564.** Сколько граммов воды нужно выпарить, чтобы из 520 г раствора, содержащего 30% сахара, получить 40%-ный раствор сахара?
- 565.** Вкладчик положил в банк 750 000 тг. Годовая процентная ставка банка 8%. Каким станет вклад через 3 года, если:
- 1) банк начисляет простые проценты;
 - 2) банк начисляет сложные проценты?
- 566.** Клиент вложил некоторую сумму денег в банк под 10% сложного прироста годовых. Он через 2 года получил 605 000 тг. Каков начальный вклад клиента?
- 567.** Капуста массой 3 кг содержит 90% воды. Когда капуста немного подсохла, содержание воды в ней стало 85%. Какова последняя масса капусты?
- A.** 2,5 кг; **B.** 2,1 кг; **C.** 2 кг; **D.** 2,7 кг.
- 568*.** Длина стороны AB треугольника ABC составляет 40% от его периметра, а длина стороны BC – 70% от длины стороны AB . Длина стороны AB на 2 см больше, чем длина стороны AC .
- Сколько процентов составляет длина стороны AC от периметра треугольника ABC ?
 - Найдите периметр треугольника ABC .
- 569*.** Из всех изделий на выставке 30% составляют фарфоровые изделия, 60% остатка – керамические. Остальные – стеклянные изделия. Причем количество стеклянных изделий на 35 меньше, чем количество керамических.
- Сколько процентов стеклянных изделий на выставке?
 - Сколько всего изделий на выставке?

- ▲ **539.** 750 тг. **544.** 1200 учебников. **545.** 20,16 м². **548.** На 20%.
549. На 25%. **550.** 6 кг. **551.** 14,85 м/с. **552.** 52%. **553.** 1) 847 000 тг.
 2) 608 350 тг. **556.** 2916 тг. **557.** $\angle AOD = 150^\circ$. **558.** На 35% меньше.
559. 37,5%. **560.** 12 000 ед. транспорта. **561.** 54%. **562.** 45%.
563. 1600 учеников. **564.** 130 г. **565.** 1) 930 000 тг; 2) 944 784 тг.
566. 500 000 тг. **568.** Периметр треугольника ABC равен 25 см.
569. Всего 250 изделий.



Краткие исторические сведения о числе «ноль»

В Древнем Вавилоне (в III веке до н. э.) широко использовалась шестидесятеричная система счисления, но знака «0» не существовало. Вавилоняне при записи числа в разряде вместо нуля оставляли пустое место.

Они писали знаки на глиняных плитках с помощью палочек, подобных клину (\triangleright).

В связи с развитием системы счисления возникла необходимость ввести знак, означающий разряд и не означающий количество. В V веке до нашей эры вместо нуля использовали знак \triangleright , но однако если цифра ноль имела место в конце числа, то вместо него не записывался никакой знак.

Древнегреческие астрономы в шестидесятеричной системе счисления между разрядными единицами записывали знак, подобный букве O. Это была заглавная буква греческого слова «онден», означающего «ничего нет».

В Древней Индии при записи чисел в десятичной позиционной системе счисления вместо числа «ноль» ставили точку или маленький кружочек.

Индийцы называли ноль «суня» (что означает «пусто»), а арабы – «ас-сифр», поэтому до XVII века число «ноль» называли «цифр».

Слово «ноль» происходит от латинского слова «nullus» и в переводе означает «никакой».

В современном понятии «ноль» – число. Его, как и другие числа, можно складывать, вычитать, умножать, делить на другие числа. Но нельзя делить на ноль.

$$a + 0 = 0; a - 0 = a; a \cdot 0 = 0; 0 : a = 0, \text{ где } a \neq 0.$$

Число 0 – координата точки, начало отсчета на координатной прямой.

Число 0 на координатной прямой отделяет положительные числа от отрицательных. 0 не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам.

2.17. Представление рационального числа в виде бесконечной десятичной периодической дроби

I. Конечные десятичные дроби. Периодические десятичные дроби.

Нам известно, что рациональное число можно записать в виде несократимой обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$ (m – целое число, n – натуральное число).

Чтобы несократимую обыкновенную дробь $\frac{m}{n}$ записать в виде десятичной, достаточно разделить «уголком» числитель этой дроби на ее знаменатель.

Случай 1. Знаменатель несократимой обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$ не содержит других простых множителей, кроме 2 и 5.

Например, несократимая дробь $\frac{7}{20}$, где $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$; $7 : 20 = 0,35$.
Значит, $\frac{7}{20} = 0,35$.

В этом случае числитель дроби делится без остатка на ее знаменатель. Частное – десятичная дробь с конечным числом цифр после запятой, т.е. конечная десятичная дробь.

Например, $\frac{3}{5} = 0,6$; $-\frac{1}{8} = -0,125$.

Десятичную дробь, у которой после запятой имеется определенное число цифр, называют *конечной десятичной дробью*.

Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби содержит лишь простые множители 2 или 5, то ее можно записать в виде десятичной (конечной) дроби.

Случай 2. Знаменатель несократимой обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$ содержит хотя бы один простой множитель, отличный от 2 и 5.

Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби имеет хотя бы один простой множитель, отличный от 2 и 5, то ее нельзя записать в виде конечной десятичной дроби.

Например, $\frac{2}{9} = \frac{2}{3 \cdot 3}$; $\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3}$.

Числитель таких дробей, как $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{6}$, не делится на ее знаменатель без остатка. Деление продолжается бесконечно.

Рассмотрим запись дробей $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{6}$ в виде десятичной дроби:

$$\begin{array}{r}
 - \frac{2}{20} \overline{) 9} \\
 \underline{18} \\
 - 20 \\
 \underline{18} \\
 - 20 \\
 \underline{18} \\
 - 20 \\
 \underline{18} \\
 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 - \frac{5}{50} \overline{) 6} \\
 \underline{48} \\
 - 20 \\
 \underline{18} \\
 - 20 \\
 \underline{18} \\
 - 20 \\
 \underline{18} \\
 2
 \end{array}$$

Значит, $\frac{2}{9} = 0,222\dots$; $\frac{5}{6} = 0,833\dots$

Точки в конце числа показывают, что деление не закончилось. В частном получилась *бесконечная десятичная дробь* с повторяющимися цифрами после запятой.

Выражения: $0,222\dots$ и $0,833\dots$ называют *бесконечными десятичными периодическими дробями*, или *десятичными периодическими дробями*.

Бесконечная десятичная дробь, у которой после запятой, начиная с некоторого десятичного знака, повторяется одна цифра или группа цифр, называется десятичной периодической дробью.

Повторяющуюся цифру или группу цифр после запятой называют периодом.

В примерах $0,222\dots$ и $0,833\dots$ – десятичные периодические дроби, где цифра 2 – период дроби $0,222\dots$, а цифра 3 – период дроби $0,833\dots$.

Для краткости принято период записывать один раз, заключая его в круглые скобки.

$0,222\dots = 0,(2)$. Читают: «0 целых и 2 в периоде»;

$0,833\dots = 0,8(3)$. Читают: «0 целых 8 десятых и 3 в периоде».

II. Чистые периодические дроби. Смешанные периодические дроби.

Десятичные периодические дроби делятся на *чистые периодические* и *смешанные периодические дроби*.

Дробь называется чистой периодической дробью, если период начинается сразу после запятой.

Например, $\frac{2}{3} = 0,(6)$; $-\frac{2}{11} = -0,(18)$, где $0,(6)$ и $-0,(18)$ – чистые периодические десятичные дроби.

Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби не содержит простые множители, и 2, и 5, то эту обыкновенную дробь можно представить в виде чистой периодической дроби.

Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби не содержит простые множители, и 2, и 5, то эту обыкновенную дробь можно представить в виде чистой периодической дроби.

Например: $\frac{1}{9} = 0,(1)$; $\frac{1}{99} = 0,(01)$; $\frac{1}{999} = 0,(001)$, где $0,(1)$; $0,(01)$ и $0,(001)$ – чистые периодические дроби.

Любое целое число можно записать в виде чистой периодической дроби с периодом нуль.

Например, $7 = 7,000\dots = 7,(0)$; $-9 = -9,000\dots = -9,(0)$.

Если между запятой и периодом есть одна или несколько повторяющихся цифр, то такая периодическая дробь называется смешанной периодической дробью.

Например, $\frac{7}{15} = 0,4(6)$; $-\frac{5}{12} = -0,41(6)$, где $0,4(6)$ и $-0,41(6)$ – смешанные периодические дроби.

Несократимую обыкновенную дробь, знаменатель которой вместе с другими множителями содержит множитель 2 или 5 (или и тот, и другой), можно представить в виде смешанной периодической дроби.

Любую конечную десятичную дробь можно записать в виде смешанной периодической дроби.

Например, $2,31 = 2,31000\dots = 2,31(0)$; $-4,5 = -4,5000\dots = -4,5(0)$.

Любое рациональное число можно записать в виде бесконечной десятичной периодической дроби.



1. Какие несократимые дроби можно записать в виде конечной десятичной дроби?
2. Какие несократимые дроби можно записать в виде чистой периодической дроби?
3. Что называют периодом периодической десятичной дроби?

570. Назовите период бесконечной десятичной дроби:

$0,333\dots$; $0,1444\dots$; $-1,222\dots$; $-0,7333\dots$;
 $0,21666\dots$; $0,151515\dots$; $-0,727272\dots$; $-0,58333\dots$.

A

571. Запишите период периодической дроби в скобках:

1) $0,82323\dots$; 3) $0,917777\dots$; 5) $-0,0101\dots$;
 2) $2,333\dots$; 4) $-6,666\dots$; 6) $-4,037037\dots$.

572. Запишите в один ряд чистые периодические дроби, а в другой – смешанные периодические дроби:

$-3,333\dots$; $9,42828\dots$; $-0,21333\dots$; $12,3232$;
 $0,2727\dots$; $-2,0303\dots$; $5,6222\dots$; $-4,0111\dots$.

573. Даны натуральные числа: 1, 3, 7, 16, 49, 60, 100.

Запишите их в виде чистой периодической дроби с периодом 0.

Образец: 1) $4 = 4,000\dots = 4,(0)$; $4 = 4,(0)$.

574. Выразите в виде десятичной периодической дроби числа (вычислите до третьего разряда):

1) $1\frac{1}{9}$; $2\frac{1}{9}$; $-3\frac{1}{9}$; $-\frac{1}{9}$; 2) $\frac{1}{6}$; $4\frac{1}{6}$; $-5\frac{1}{6}$; $-7\frac{1}{6}$.

Образец: $4\frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = 4 + 0,(3) = 4,(3)$, или $4\frac{1}{3} = 4,(3)$.

575. Запишите в виде десятичной периодической дроби и прочитайте:

$\frac{2}{3}$; $-\frac{3}{22}$; $\frac{1}{15}$; $\frac{4}{9}$; $-\frac{5}{11}$; $\frac{7}{36}$; $-\frac{1}{60}$.

576. Рациональные числа представьте в виде десятичных периодических дробей. Запишите в один ряд чистые периодические дроби, в другой – смешанные периодические дроби:

$-\frac{7}{9}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{2}{33}$; $\frac{7}{30}$; $-\frac{1}{22}$; $-\frac{5}{27}$; $\frac{1}{12}$.

577. 1) Площадь прямоугольника равна 22 см^2 , его длина 9 см. Найдите его ширину, результат запишите в виде десятичной периодической дроби.

2) Пешеход за 6 ч прошел расстояние, равное 25 км. Запишите скорость пешехода в виде десятичной периодической дроби.

578. Если сшить 6 костюмов, то из рулона ткани останется 2 м, а если сшить 10 костюмов, то не хватит 12 м.

- Сколько метров ткани нужно для пошива одного костюма?
- Сколько метров ткани было в рулоне?

В

579. Представьте рациональное число в виде несократимой дроби $\frac{m}{n}$, где m – целое число, n – натуральное число:

-5 ; $4,25$; $-2\frac{5}{7}$; $9,3$; $-\frac{3}{7}$; $-1\frac{2}{9}$; $0,999$.

Образец: $-2\frac{5}{9} = -\frac{23}{9} = \frac{-23}{9}$.

580. Даны десятичные дроби: 1,75; 3,9; 2,41; 6,374. Представьте их в виде смешанной периодической дроби с периодом 0.

Представьте рациональное число в виде десятичной периодической дроби (581, 582).

581. $\frac{5}{7}$; $-\frac{8}{15}$; $\frac{8}{9}$; $-\frac{2}{21}$; $\frac{5}{22}$; $\frac{4}{45}$;

582. $1\frac{4}{11}$; $2\frac{1}{6}$; $-1\frac{2}{3}$; $-1\frac{1}{27}$; $5\frac{2}{3}$; $4\frac{5}{6}$.

583. Заполните таблицу, записав заданные числа в виде десятичной периодической дроби:

Рациональное число	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{33}$	$-\frac{5}{9}$	$\frac{1}{30}$	$-\frac{5}{18}$	$\frac{1}{45}$
Периодическая десятичная дробь						

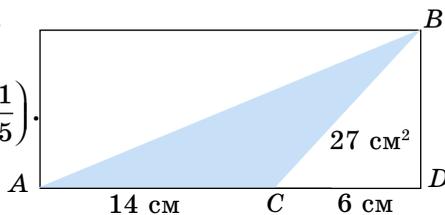
584. Как разделить 12 л молока поровну, имея посуду емкостью 5 л и 8 л?

585. Выполните действия и результаты запишите в виде десятичной периодической дроби:

1) $8,9 + (-15)$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$; $1\frac{5}{9} + (-3)$;

2) $7,6 \cdot (-0,5)$; $\left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$; $\frac{7}{25} \cdot (-5)$;

3) $0,64 : (-0,16)$; $\frac{7}{12} : \left(-\frac{1}{4}\right)$; $\left(-\frac{8}{15}\right) : \left(-1\frac{1}{5}\right)$.



586. Найдите площадь треугольника ABC, изображенного на рисунке 2.58.

Рис. 2.58

С

587. Какие из записанных ниже десятичных дробей являются чистыми периодическими, а какие – смешанными периодическими? Ответ обоснуйте.

1) $\frac{1}{12} = 0,08(3)$;

3) $\frac{5}{6} = 0,8(3)$;

5) $\frac{1}{33} = 0,(03)$;

2) $\frac{1}{3} = 0,(3)$;

4) $\frac{1}{18} = 0,0(5)$;

6) $\frac{2}{15} = 0,1(3)$.

588. Задача на исследование. Заполните таблицу, представив несократимую обыкновенную дробь в виде периодической десятичной дроби:

Несократимые обыкновенные дроби	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{8}{11}$	$\frac{10}{11}$
Периодические дроби							

В чем сходство и отличие между этими периодическими дробями?

589. Известно, что $\frac{1}{99} = 0,(01)$. Вместо звездочки (*) вставьте соответствующее число:

1) $\frac{2}{99} = 0,(0*)$; 3) $\frac{*}{99} = 0,(07)$; 5) $\frac{*}{99} = 0,(08)$.

2) $\frac{*}{99} = 0,(05)$; 4) $\frac{4}{99} = 0,(0*)$;

590. Представьте рациональное число в виде десятичной периодической дроби:

$1\frac{11}{30}$; $3\frac{2}{45}$; $4\frac{7}{12}$; $2\frac{7}{15}$; $6\frac{5}{33}$.

591. Скорость выразите в м/с. Запишите ее в виде периодической десятичной дроби:

13,6 км/ч; 23,7 км/ч; 43,1 км/ч; 57,3 км/ч; 73,7 км/ч.

Выполните действия, результат запишите в виде десятичной периодической дроби (**592, 593**).

592. 1) $\left(\frac{3}{22} + \frac{2}{11}\right) \cdot 2$; 3) $\left(4\frac{1}{9} - 5\right) \cdot \frac{5}{8}$; 5) $\left(\frac{8}{25} - \frac{22}{75}\right) : \frac{2}{5}$;

2) $\left(\frac{3}{5} - 1\frac{2}{3}\right) : 16$; 4) $\frac{1}{23} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{4}{9}\right)$; 6) $\left(\frac{1}{11} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{7}$.

593. 1) $\left(\frac{4}{9} - \frac{11}{15} + \frac{2}{3}\right) : 3\frac{2}{5} + \frac{2}{9}$; 3) $\left(4\frac{2}{7} : 3\frac{3}{14} - 8 + 4\frac{6}{11}\right) \cdot 3$;

2) $5 : (-1,25) + 2,8 \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{3}$; 4) $9,8 : \left(10 - 3\frac{7}{15}\right) \cdot 1\frac{1}{27}$.

594. Путешественники за три дня проехали 460 км. Путь путешественников в первый день относится к пути во второй день, как 7 : 5. Отноше-

ние пути путешественников во второй день к пути в третий день равно 3 : 2. Сколько километров проехали путешественники в первый; во второй; в третий день?

595. Вычислите:

$$\frac{\left(\frac{7}{15} - \frac{3}{40} - \frac{1}{24}\right) : 0,7}{\left(2,4 \cdot \frac{1}{3} - 3\right) \cdot \frac{5}{11}} \cdot \frac{1\frac{5}{6} : \left(\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{9} - \frac{5}{12} + 0,75\right) \cdot \frac{3}{7}}$$

596. Расстояние между двумя пристанями лодка проплывает по течению реки за 1,2 ч, а против течения реки – за 1,8 ч. За сколько времени проплывает это же расстояние плот?

A. 8 ч; **B.** 6,5 ч; **C.** 7,2 ч; **D.** 8,6 ч.



578. 3,5 м для для пошива костюма. В рулоне 23 м ткани. **586.** 63 см².
592. 1) 0,(63); 4) 0,0(5); 5) 0,0(6). **593.** 1) 0,(3); 2) –3,2(6); 3) –6,(36);
 4) 1,(5). **594.** 210 км; 150 км; 100 км. **595.** 3.

2.18. Перевод бесконечной десятичной периодической дроби в обыкновенную дробь

Чтобы представить бесконечную десятичную периодическую дробь в виде обыкновенной, надо использовать запись дроби $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{99}$; $\frac{1}{999}$ и т.д. в виде бесконечной десятичной периодической дроби 0,(1); 0,(01); 0,(001) и т.д., то есть $\frac{1}{9} = 0,(1)$; $\frac{1}{99} = 0,(01)$; $\frac{1}{999} = 0,(001)$ и т.д.

Чтобы представить чистую периодическую дробь в виде обыкновенной, надо дробную часть заданной десятичной периодической дроби записать в виде произведения, в котором один из множителей будет 0,(1); 0,(01); 0,(001) и т.д.

$$\text{Например: 1) } 0,(7) = 0,(1) \cdot 7 = \frac{1}{9} \cdot 7 = \frac{7}{9}; \quad 0,(7) = \frac{7}{9};$$

$$2) 0,(13) = 0,(01) \cdot 13 = \frac{1}{99} \cdot 13 = \frac{13}{99}; \quad 0,(13) = \frac{13}{99};$$

$$3) 0,(417) = 0,(001) \cdot 417 = \frac{1}{999} \cdot 417 = \frac{417}{999}; \quad 0,(417) = \frac{417}{999}.$$

Чистая десятичная периодическая дробь равна обыкновенной дроби, в числителе которой записаны цифры периода, а знаменатель состоит из столько же девяток, сколько цифр в периоде.

$$\text{Например: 1) } 0,(6) = 0,(1) \cdot 6 = \frac{1}{9} \cdot 6 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \quad 0,(6) = \frac{2}{3};$$

$$2) 2,(45) = 2 + 0,(45) = 2 + (0,01) \cdot 45 = 2 + \frac{45}{99} = 2 + \frac{5}{11} = 2 \frac{5}{11};$$

$$2,(45) = 2 \frac{5}{11}.$$

Чтобы представить смешанную периодическую дробь в виде обыкновенной дроби, надо:

1) дробную часть смешанной периодической дроби умножить на разрядную единицу (10, 100, 1000 и т.д.) и обратить ее в чисто периодическую дробь;

2) чистую периодическую дробь обратить в обыкновенную дробь;

3) полученную обыкновенную дробь надо разделить на тот множитель, на который была умножена смешанная периодическая десятичная дробь первоначально.

$$\text{Например: 1) } 0,6(54) = [0,6(54) \cdot 10] : 10 = 6,(54) : 10 = 6 \frac{54}{99} : 10 =$$

$$= 6 \frac{6}{11} : 10 = \frac{72}{110} = \frac{36}{55}; \quad 0,6(54) = \frac{36}{55};$$

$$2) 3,71(63) = 3 + [0,71(63) \cdot 100] : 100 = 3 + 71,(63) : 100 =$$

$$= 3 + 71 \frac{63}{99} : 100 = 3 + 71 \frac{7}{11} : 100 = 3 + \frac{788}{1100} = 3 + \frac{197}{275} = 3 \frac{197}{275};$$

$$3,71(63) = 3 \frac{197}{275}.$$

A

597. Обратите чистую периодическую дробь в обыкновенную:

$$1) 0,(4); \quad 2) 0,(19); \quad 3) 0,(369); \quad 4) 0,(217).$$

598. Обратите смешанную периодическую дробь в обыкновенную:

$$1) 0,5(3); \quad 2) 0,17(8); \quad 3) 0,23(16); \quad 4) 0,14(234).$$

599. Запишите в виде обыкновенной дроби:

$$1) 2,(5); \quad 2) 8,(16); \quad 3) 4,(2); \quad 4) 7,(13).$$

600. В зоомагазине продаются всего 13 попугаев: зеленых, желтых и белых. Зеленых попугаев на 5 больше, чем желтых, и на 3 больше, чем белых. Сколько желтых попугаев в зоомагазине?

В

601. Обратите смешанную периодическую дробь в обыкновенную:

1) 2,1(6); 2) 5,14(33) 3) 0,11(35); 4) 0,214(45).

602. Представьте каждый компонент в виде обыкновенной дроби и найдите значение выражения:

1) 5,(3) + 2,(6); 2) 7,(4) - 3,(1); 3) 9,(4) + 4,(5); 4) 6,(12) - 3,(6).

603. Все страницы книги пронумерованы 904 цифрами. Сколько всего страниц в книге, если первая страница начинается с номера 3?

С

Найдите значение выражения (**604**, **605**):

604. 1) $0,(4) + \frac{2}{3}$; 2) $6,(24) - \frac{5}{33}$; 3) $2,(8) + 1\frac{2}{3}$; 4) $3,(216) + \frac{87}{111}$.

605. 1) $5,1(12) + \frac{128}{330}$; 2) $2,3(72) - \frac{41}{110}$; 3) $4,23(6) + \frac{29}{300}$;

4) $3,16(54) - \frac{18}{275}$.

606. Вычислите:

1) $\frac{6}{5 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}}$; 2) $\frac{4}{3 - \frac{1}{2 - \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}}}$.



600. 2 желтых попугая. **602.** 1) 8; 2) $4\frac{1}{3}$; 3) 14. **603.** 338 страниц.

604. 2) $6\frac{1}{11}$; 4) 4. **605.** 1) $5\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $4\frac{1}{3}$; 4) 3,1. **606.** 1) 2; 2) 2,4.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД РАЦИОНАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ К ГЛАВЕ II

А

607. Выполните действия:

1) $8 \cdot (-3) + (-7)$;	4) $32 : (-4) + 5$;	7) $(-21) : (-3) - 9$;
2) $(-2) \cdot (-5) - 12$;	5) $64 : (-16) - 9$;	8) $(-42) : 6 + 10$;
3) $35 - (-7) \cdot 6$;	6) $17 - (-12) : 4$;	9) $27 - (-15) : 3$.

Вычислите (**608**, **609**).

608. 1) $(0,6-1) \cdot 1,5$; 3) $(1,3-0,5) \cdot (-3,5)$; 5) $3,5 \cdot (-2) + (-8)$;
2) $(0,25-1) : (-5)$; 4) $1,4 : (-7) + (-0,8)$; 6) $5,6 : (-4) + 0,4$.

609. 1) $\frac{3}{8} \cdot (-4) + 5$; 3) $\frac{2}{5} \cdot (-3) - \frac{4}{5}$; 5) $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot (-4) - 5$;
2) $\frac{5}{9} : \left(-\frac{1}{3}\right) - 7$; 4) $\frac{5}{12} : \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{3}\right)$; 6) $\frac{4}{9} : \left(-\frac{2}{3}\right) + 1$.

610. Вычислите способом, который использовал Гаусс при сложении:

1) $-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11$;
2) $1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-2) + 3 \cdot (-2) + 4 \cdot (-2) + 5 \cdot (-2) + 6 \cdot (-2)$;
3) $6 : (-3) + 9 : (-3) + 12 : (-3) + 15 : (-3) + 18 : (-3) + 21 : (-3)$.

611. На координатной прямой с единичным отрезком 1 см отметьте точки *A* и *B*:

1) *A*(-6); *B*(2); 2) *A*(-3); *B*(3); 3) *A*(-1); *B*(3).

Найдите:

а) длину отрезка *AB*;

б) координату точки *C*, являющейся серединой отрезка *AB*.

612. Утром температура воздуха была $x^\circ\text{C}$. После того, как в полдень она изменилась на $+2^\circ\text{C}$, к вечеру на -3°C , а ночью еще на -2°C , она стала равной -4°C .

Какой была температура воздуха утром?

613. Если число, задуманное Ириной, разделить на (-6) , затем прибавить к нему число $2\frac{3}{4}$, то получится число $-5,25$. Какое число задумала Ирина?

В

614. Выполните действия:

1) $\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$; 2) $\left(-\frac{5}{12} - \frac{7}{30}\right) : \frac{13}{15}$;

$$3) \left(-\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) : \left(-1\frac{3}{8}\right); \quad 4) \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{18}\right) \cdot 36.$$

615. Вычислите:

$$1) \left(-\frac{5}{12} - \frac{3}{4}\right) : 2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3} \cdot 0,75; \quad 3) \left(-3,8 + 2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{7}{8}\right) + 4\frac{1}{6} : \left(-1\frac{2}{3}\right).$$

$$2) \left(-2,5 - 1\frac{5}{6}\right) : 1\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9} \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right);$$

616. Известно, что $8,2 \cdot 1,5 = 12,3$. Найдите значение выражения:

$$1) 8,2 \cdot (-1,5); \quad 4) (-5) \cdot (-8,2) \cdot (-1,5);$$

$$2) -8,2 \cdot (-1,5); \quad 5) (-3) \cdot (-2) \cdot (-8,2) \cdot (-1,5);$$

$$3) -8,2 \cdot 1,5; \quad 6) (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-8,2) \cdot (-1,5).$$

617. Найдите значение выражения:

$$1) \left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right);$$

$$2) \left(-\frac{7}{12}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{2}{3};$$

$$3) \left(-\frac{11}{15}\right) \cdot \left(-\frac{10}{11}\right) \cdot \left(-\frac{9}{10}\right) + \left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) + \frac{4}{15}.$$

618. Бассейн заполняется водой из трубы. Первоначальный уровень воды в бассейне был на $-1,2$ м ниже верхнего края бассейна. Через час ее уровень изменился на $+40$ см, а еще через час — на $+30$ см. Определите уровень воды в бассейне относительно его верхнего края через два часа.

619. Воздушный шар поднялся над поверхностью Земли на высоту 400 м. Затем высота его полета изменилась на -70 м, потом еще на -50 м, затем снова на $+100$ м. На какой высоте был воздушный шар над поверхностью земли в последний раз?

С

620. Вычислите значение выражения. Запишите равные выражения в виде равенства:

$$|5 - 8|; \quad |0,9 - 2|; \quad \left|\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right|; \quad |2 - 0,9|; \quad |8 - 5|; \quad \left|\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right|.$$

621. Решите уравнения:

$$1) (4,5x + 3,6) \cdot (-16,6) = 0; \quad 3) -32,7 \cdot (0,1x + 6,3) = 0$$

$$2) (1,2x + 16,8) \cdot (-13,1) = 0 \quad 4) -15\frac{1}{13} \cdot (1,9x + 5,7) = 0.$$

622. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{-76 \cdot (7 \cdot 6 - 60)}{(-6) \cdot 19}; \quad 2) \frac{3,5 \cdot (-2) - 2,8}{3,5 \cdot 2,8};$$

$$3) \frac{(20 - 12 \cdot 5) \cdot (-63)}{20 \cdot (-9)}; \quad 4) \frac{(6,5 - 4 \cdot 1,5) \cdot (-9)}{-3 \cdot 1,5}.$$

623. Вычислите:

$$1) \frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{5}{6}}; \quad 2) \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}; \quad 3) \frac{1,7 - 2}{2 - 1,7}; \quad 4) \frac{0,9 - 3}{3 - 0,9}.$$

624. На координатной прямой отмечены точки $A(-5)$ и $B(3)$. Точки C , D и E делят отрезок AB на равные отрезки AC , CD , DE и EB . Найдите координаты точек C , D и E .

625. Предприниматель получил 1 200 000 тг прибыли, из них он заплатил 3% налога, из остатка 2% внес в благотворительный фонд. Сколько денег от прибыли осталось у предпринимателя?

626. Вычислите:

$$1) \frac{3,8 \cdot \left(-2\frac{3}{4}\right) + 13\frac{3}{5} : 1,7}{(4,3 - 7,85) : 7,1}; \quad 3) \frac{\left(\frac{4}{5} - 0,9 - 0,225\right) \cdot \frac{8}{13}}{\frac{2}{5} : 8};$$

$$2) \frac{6\frac{2}{3} \cdot (-1,8) + 16,5 : \left(-2\frac{3}{4}\right)}{\frac{1}{3} - \frac{8}{15}}; \quad 4) \frac{\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3} - 3 : \frac{3}{4}}{\frac{1}{6} - \frac{1}{15}}.$$

▲ 614. 1) 0,25; 2) -0,75; 3) $\frac{2}{3}$; 4) -1. **615.** 1) 3,5; 2) 5; 3) 0,25.
617. 1) $-\frac{1}{8}$; 2) 1; 3) $-\frac{2}{15}$; **622.** 1) -12; 2) -1; 3) -14; 4) 1. **625.** 1 140 720 тг.
626. 1) 4,9; 2) 90; 3) -4; 4) -37.



Автобус едет со скоростью 50 км/ч. Вычислите длину пути, пройденного автобусом: за 2 ч; за 3 ч; за 4 ч. Заполните таблицу.

t (ч)	2	3	4
s (км) = $v \cdot t$			

Ответьте на вопросы:

- 1) Какую величину можно принимать за переменную?
- 2) Можно ли выражение $50t$ принимать за выражение с переменной? Почему?

Глава III. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

3.1. Алгебраические выражения. Переменные. Алгебраическая сумма

I. Алгебраические выражения.

$-3(a + c)$; $4b$; n ; $\frac{a-2}{b-3}$; $d : 5$ – алгебраические выражения.

В записи алгебраических выражений наряду с буквами могут быть использованы числа, знаки арифметических действий и скобки (по необходимости).

Возможность заменить буквы числами – это свойство, присущее алгебраическому выражению.

Однако буквы в алгебраическом выражении заменяются только тем числом, при котором данное выражение имеет смысл.

Например, в выражении $\frac{5}{x-3}$ $x \neq 3$, так как при $x = 3$ знаменатель дроби равен 0. Значит, при $x = 3$ выражение не имеет смысла.

Значения буквы, при которых данное алгебраическое выражение имеет смысл, называют *допустимыми значениями буквы*.

В выражении $\frac{5}{x-3}$ допустимыми значениями x являются все числа, кроме 3. Записывается: $\{x | x \neq 3\}$.

А в алгебраических выражениях $3a$; $a + b$; $x(x + 2)$; x^2 буквы могут принимать любое значение.

Если в алгебраическом выражении буквы заменить их допустимыми значениями и выполнить указанные в нем действия, то полученное в результате число называется *значением алгебраического выражения* при данном значении буквы в нем.

Например, найдем значение алгебраического выражения $\frac{7a+5}{2}$ при $a = -3$.

$$\frac{\boxed{7a+5}}{\boxed{2}} = \frac{7 \cdot \boxed{-3} + \boxed{5}}{\boxed{2}} = \frac{-21+5}{2} = -8.$$

алгебраическое числовое
выражение выражение

Число -8 – значение алгебраического выражения $\frac{7a+5}{2}$ при $a = -3$.

II. Переменные.

Значения алгебраического выражения зависят от значений букв в нем.

Например, пусть длина прямоугольника a см, а ширина b см. Тогда его периметр равен $2(a + b)$ см.

Если $a = 7$ и $b = 5$, то $2(a + b) = 2(7 + 5) = 24$.

Если $a = 10$ и $b = 8$, то $2(a + b) = 2(10 + 8) = 36$.

С изменением значений a и b изменяется и значение выражения $2(a + b)$.

Буквы a и b в выражении $2(a + b)$ называют *переменными*, а само выражение $2(a + b)$ – *алгебраическим выражением*, или *выражением с переменными*.

Множество всех допустимых значений переменных называют *областью определения алгебраического выражения*.

III. Алгебраическая сумма.

Рассмотрим алгебраическое выражение, составленное с помощью знаков «+» и «-».

Например, выражение $4a - 2b + 3c - 5d$ запишем в виде суммы: $4a + (-2b) + (+3c) + (-5d)$.

Такое выражение, как $4a - 2b + 3c - 5d$, называется, *алгебраической суммой*, а отдельные слагаемые: $4a$; $-2b$; $+3c$; $-5d$ – *алгебраическими слагаемыми*.

Запись, состоящая из нескольких алгебраических выражений, соединенных знаками «+» и «-» называется *алгебраической суммой*.

При записи алгебраической суммы можно опускать скобки и знаки действия сложения перед скобкой, оставляя слагаемые только с их знаками.

Например, $14a + (-3b) + (-8c) + (+9d) = 14a - 3b - 8c + 9d$.



1. Чем отличается алгебраическое выражение от числового?

2. Какие значения буквы в алгебраическом выражении называются допустимыми?

3. Почему алгебраическое выражение можно назвать выражением с переменной?

627. Прочитайте выражения, используя термины «сумма», «разность», «произведение» и «частное»:

1) $3a + c$;

3) $1,3 - xy$;

5) $(m + n) \cdot n$;

7) $\frac{2a}{b}$;

2) $3b - d$;

4) $(x - y) \cdot 1,4$;

6) $m^2 - n^2$;

8) $x + \frac{a}{b}$.

A

628. Составьте алгебраическую сумму из следующих слагаемых:

1) $a, -b, c - d$; 3) $-0,8m, -0,7n, 6k, -q$;

2) $4a, -6b, 5c, 7d$; 4) $\frac{1}{3}x, \frac{5}{8}y, -z, -13$.

Найдите значение алгебраического выражения (**629, 630**).

629. 1) $2 + 3a$ при $a = 4, -5$; 3) $8c - 9$ при $c = 3, -2$;

2) $7 - 2b$ при $b = -1, 3$; 4) $4 + 5d$ при $d = -3, 6$.

630. 1) $\frac{x}{8} + \frac{y}{2} - 3$ при $x = 5; y = 3$; 3) $\frac{7}{x} - \frac{9}{y} + 1$ при $x = 2; y = 4$;

2) $\frac{x+y}{15} + 2$ при $x = -4; y = 5$; 4) $\frac{x+y}{x-y} - 10,7$ при $x = 3; y = 1,5$.

631. Запишите допустимые значения переменной:

1) $\frac{1}{x-8}$; 2) $\frac{19}{x}$; 3) $\frac{x-3}{x+3}$; 4) $\frac{7}{9-x}$; 5) $\frac{5x}{2x-9}$.

632. Запишите в виде выражения с переменной:

- 1) число a увеличить в 3 раза; 4) 14% от числа n ;
 2) число d уменьшить в 2 раза; 5) число a увеличить на 25%;
 3) $\frac{1}{3}$ от числа m ; 6) число b уменьшить на 30%.

633. Составьте выражение для вычисления площади:

- 1) треугольника FDE , изображенного на рисунке 3.1;
 2) треугольника ABD , изображенного на рисунке 3.2.

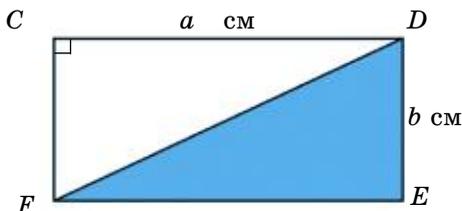


Рис. 3.1

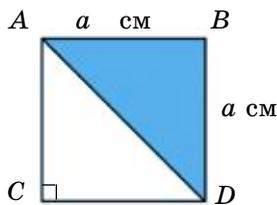


Рис. 3.2

Составьте алгебраическое выражение по условию задачи (**634, 635**).

634. Собственная скорость лодки a км/ч, а скорость течения реки b км/ч. Какое расстояние проплывет лодка по течению реки за 1,4 часа?

635. Периметр прямоугольника равен 22 см, его ширина b см. Вычислите площадь прямоугольника, если $b = 4$.

636⁰. Андрей и Олег удили рыбу. Андрей выловил на 9 рыб меньше, чем общее количество выловленной рыбы, а Олег выловил на 7 рыб меньше, чем Андрей. Сколько всего рыб выловили Андрей и Олег вместе?



В

637. Запишите алгебраическое выражение без скобок:

- 1) $m + (-n) + p + (-k)$; 4) $-a + (-4c) + (-7)$;
2) $-x + (-y) + (-z)$; 5) $-0,6a + (-11b) + 3$;
3) $-ab + (-ac) + cd$; 6) $9a + (-2b) + (-5c)$.

638. Запишите в виде выражения:

- 1) отношение квадратов чисел a и b ;
2) удвоенная разность чисел x и y ;
3) отношение суммы чисел m и n к их разности;
4) удвоенное произведение чисел a и b .

639. Вычислите значение алгебраического выражения:

- 1) $\frac{a+7}{b}$ при $a = -10$, $b = -0,75$; 3) $\frac{3x+5}{y}$ при $x = \frac{5}{6}$, $y = 2,5$;
2) $\frac{9-4c}{d}$ при $c = -1,5$, $d = 3$; 4) $\frac{7a-4}{5b}$ при $a = -3$, $b = -0,5$.

640. Найдите значение выражения с переменными m и n , если $m - n = 0,6$:

- 1) $\frac{2(m-n)}{3}$; 2) $\frac{n-m}{0,4}$; 3) $\frac{1,5}{m-n}$; 4) $\frac{m-n}{n-m}$.

641. Найдите допустимые значения переменной a в алгебраическом выражении:

- 1) $\frac{a+1}{a^2}$; 2) $\frac{a}{a-6}$; 3) $\frac{a+2}{a^2-1}$; 4) $\frac{a}{2a-5}$.

642. Пусть трехзначное число состоит из a сотен, b десятков и c единиц. Тогда его можно записать в виде $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$, или \overline{abc} .

1) Дано число $\overline{79c}$. Какая цифра должна быть вместо c , чтобы данное число было кратно числу 3?

2) Дано число $\overline{5b6}$. Какая цифра должна быть вместо b , чтобы данное число было кратно числу 9?

643. Стоимость 2 кг яблок равна стоимости 2 кг лука по a тг и 5 кг картофеля по b тг. Запишите цену яблок в виде выражения.

644. Расстояние между пунктами A и B равно s км. Из этих пунктов одновременно навстречу друг другу выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста равна a км/ч, что составляет 0,3 скорости мотоциклиста. Через сколько часов они встретятся? Вычислите при $s = 78$; $a = 12$.

645. В пакете 5 кг крупы. Как за три взвешивания на чашечных весах отмерить 1 кг крупы, используя гирию массой 200 г?

646. Решите уравнения:

$$1) \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{8}x - \frac{3}{4}} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}; \quad 3) \frac{5}{6} - \frac{\frac{7}{15}}{\frac{1}{4}x - \frac{3}{5}} = \frac{1}{2}.$$

С

647. Практическая работа

Любое трехзначное число \overline{abc} можно записать в виде суммы разрядных слагаемых: $100a + 10b + c$.

Докажите на примере:

1) Какой должна быть цифра c в числе \overline{abc} , чтобы число было кратно 2?

2) Какой должна быть цифра c в числе \overline{abc} , чтобы число было кратно 5?

3) Какими могут быть цифры a , b и c , чтобы число \overline{abc} было кратно 9?

648. Зная, что $x - y = \frac{5}{8}$, найдите значение выражения:

$$1) 0,4(x - y); \quad 3) \frac{x - y}{0,25}; \quad 5) \frac{1,5}{x - y};$$

$$2) 1,2(y - x); \quad 4) \frac{y - x}{0,75}; \quad 6) -\frac{1,25}{y - x}.$$

649. Вычислите значение выражения:

- 1) $\frac{a^2}{b^2 - 1}$ при $a = -3$; $b = -2$; 3) $\frac{5 + 2m}{2 - 4n}$ при $m = -1,5$; $n = -\frac{3}{4}$.
- 2) $\frac{5c + 1}{4d - 1}$ при $c = 2,8$; $d = 0,75$;

650. Олжас старше Самата на n лет и младше Мираса на 2 года. На сколько лет Мирас старше Самата? Вычислите при $n = 5$.

651. Найдите значение выражения:

- 1) $(a + b)^2$; $a^2 + b^2$ и $a^2 + 2ab + b^2$ при $a = 3$; $b = -7$;
2) $(a - b)^2$; $a^2 - b^2$ и $a^2 - 2ab + b^2$ при $a = 2$; $b = -5$.

Запишите в виде равенства выражения с равными значениями.

Составьте алгебраическое выражение по условию задачи и найдите его значение (652–655).

652. В школьных соревнованиях приняли участие n учеников. Из них 10% стали победителями. Из числа победителей 40% девочки. Сколько девочек стали победителями соревнований? Вычислите при $n = 100$.

653. Расстояние между двумя городами автобус преодолел за 3 ч. За первый час автобус проехал 40% всего пути, а за второй час – 40% оставшегося пути. Путь, пройденный автобусом за первый час, на a км больше, чем путь, пройденный автобусом за третий час. Сколько всего километров проехал автобус? Вычислите при $a = 6,4$.

654. Площадь трех участков a га. Площадь первого участка составляет 25% всей площади. Отношение площади второго участка к площади третьего равно 2 : 3. Найдите площадь каждого участка, если $a = 60$.

655. Из квадрата со стороной a см вырезали по углам квадраты со стороной b см каждый и изготовили коробку. Найдите объем коробки (рис. 3.3). Вычислите при $a = 24$; $b = 6$.

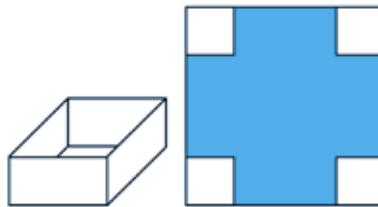


Рис. 3.3

656*. Решите задачу рациональным способом.

В вазе были конфеты. Маша взяла из нее $\frac{1}{3}$ всех конфет без 4 конфет, а Коля – $\frac{1}{2}$ оставшихся конфет без 5 конфет, после чего в вазе осталось 18 конфет.

- Сколько конфет было в вазе первоначально?
- Сколько конфет взяла Маша?
- Сколько конфет взял Коля?

657. Найдите x :

$$\frac{2,7x}{\left(\frac{1}{3} + 5,5 + 3\frac{1}{6}\right) \cdot (-1,2)} = \frac{4,8 : 0,32 \cdot 0,2}{\left(3\frac{5}{8} - 5\frac{1}{2}\right) \cdot (-0,8)}$$

Ключевые факты.

Алгебраические выражения.

Запись, составленная из букв и чисел с помощью знаков арифметических действий и скобок (по необходимости), называется алгебраическим выражением. Буквы, входящие в выражение, называются переменными.

$7a$; $5b \cdot 3$; $4(x + y)$; d ; $\frac{n}{3}$ – алгебраические выражения.

Например, $\frac{9a + b}{2}$ – алгебраическое выражение, где буквы a и b – переменные.

Если $a = -4$, $b = 5$, то $\frac{9a + b}{2} = \frac{9 \cdot (-4) + 5}{2} = -31$.

Число -31 – значение данного алгебраического выражения при $a = -4$, $b = 5$.



636. 25 рыб. **639.** 1) 4; 2) 5; 3) 3; 4) 10. **644.** Через 1,5 ч. **646.** 1) 5; 2) 6; 3) 8. **648.** 2) $-0,75$; 4) $-\frac{5}{6}$; 6) 2. **649.** 1) 3; 2) 7,5; 3) 0,4.

653. 160 км. **654.** 15 га, 18 га, 27 га. **655.** 864 см². **656.** • В базе было 33 конфеты. • Маша взяла 7 конфет. Коля взял 8 конфет. **657.** -8 .



Распределительное свойство умножения относительно сложения $(a + b) \cdot c = ac + bc$ справедливо и для рациональных чисел.

Например, $4(-2 + 3a - 5b) = 4 \cdot (-2) + 4 \cdot 3a + 4 \cdot (-5b) = -8 + 12a - 20b$,

или $4(-2 + 3a - 5b) = -8 + 12a - 20b$.

Преобразуйте выражения, используя распределительное свойство умножения. Заполните пустые места:

1) $3 \cdot (2a + 9b + 10c) = \square a + \square b + \square c$;

2) $-5 \cdot (11x + 7y - 37) = -\square x - \square y + \square$;

3) $2 + 4 \cdot (a - b + c) = ?$

4) $3 - 7 \cdot (-a + b - c) = ?$

3.2. Раскрытие скобок. Коэффициент

I. Раскрытие скобок.

Выражение со скобками, содержащее алгебраическую сумму, можно записать равным ему выражением без скобок. Такое преобразование выражения называется *раскрытием скобок*.

Случай 1. Раскрытие скобок в выражении, представленном в виде $a + (-b + c - d)$.

В данном случае в алгебраической сумме перед скобкой стоит знак «+».

Пример 1. Раскроем скобки в выражении $7 + (-9a + 4b - c)$.

Чтобы прибавить к числу 7 сумму слагаемых $-9a$; $+4b$; $-c$, нужно прибавить к числу 7 отдельно каждое из этих слагаемых.

$$7 + (-9a + 4b - c) = 7 + (-9a) + (+4b) + (-c) = 7 - 9a + 4b - c.$$

Таким образом, $7 + (-9a + 4b - c) = 7 - 9a + 4b - c$.

Если перед скобками стоит знак «+», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках сохраняются.

Это *правило раскрытия скобок* в случае, когда перед скобками стоит знак «+». С помощью букв записывается так:

$$a + (-b + c - d) = a - b + c - d, \text{ где } a, b, c \text{ и } d - \text{рациональные числа.}$$

Случай 2. Раскрытие скобок в алгебраической сумме, представленной в виде $a - (b - c + d)$.

В данном случае в сумме перед скобками стоит знак «-».

Пример 2. Раскроем скобки в выражении $5 - (2a - 3b + 7c)$.

Чтобы из числа 5 вычесть сумму $2a - 3b + 7c$, нужно вычесть из числа 5 каждое слагаемое в отдельности. В результате знаки слагаемых заменяются на противоположные.

$$5 - (2a - 3b + 7c) = 5 - (+2a) - (-3b) - (+7c) = 5 - 2a + 3b - 7c.$$

Таким образом, $5 - (2a - 3b + 7c) = 5 - 2a + 3b - 7c$.

Если перед скобками стоит знак «-», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках заменяются на противоположные.

Это *правило раскрытия скобок* в случае, когда перед скобками стоит знак «-». С помощью букв записывается так:

$$a - (b - c + d) = a - b + c - d.$$

Случай 3. Если выражение со скобками состоит из буквенных и числовых множителей, то для раскрытия скобки нужно воспользоваться переместительным и сочетательным свойствами умножения.

Пример 3. Упростить выражение $2 \cdot (-4a) \cdot 3b$

Используя переместительное и сочетательное свойства умножения, можно отдельно сгруппировать числовые и буквенные множители:

$$2 \cdot (-4a) \cdot 3b = (2 \cdot (-4) \cdot 3) \cdot (a) \cdot b = -24ab.$$

Число -24 , полученное в результате умножения всех числовых множителей, называют *коэффициентом*.

Если выражение является произведением числа и одной или нескольких букв, то это число называют *коэффициентом*.

Коэффициент обычно пишут перед буквенными множителями.

Вместо коэффициента -1 пишут только знак « $-$ ».

Например, вместо $-1xy$ пишут $-xy$.

Случай 4. Раскрытие скобок в выражении, представленном в виде произведения $a \cdot (b + c)$.

Чтобы раскрыть скобки в произведении $a \cdot (b + c)$, используем распределительное свойство умножения относительно сложения:

$$a(b + c) = ab + ac$$

где, a , b и c – рациональные числа

Примеры: 1) $2(a + 3) = 2a + 6$;

2) $-3(x + 4) = (-3) \cdot x + (-3) \cdot 4 = -3x - 12$.



1. Как раскрывают скобки, перед которыми стоит знак « $+$ »?
2. Как раскрывают скобки, перед которыми стоит знак « $-$ »?
3. Что называют коэффициентом выражения? Приведите примеры.
4. Как раскрыть скобки в произведении $a(b + c)$?

658. Выполните цепочку действий (устно):

1) $27 - 4$	2) $-0,8 + 1$	3) $-36 + 45$	4) $-7 \cdot 4$
$- 17$	$\cdot (-9)$	$\cdot (-0,1)$	-12
$+ 9$	$- 4,2$	$- 7,1$	$: (-5)$
$\cdot \frac{1}{7}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$- 9$	$\cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$
$+ \frac{8}{?}$;	$+ \frac{5,7}{?}$;	$\cdot \frac{(-10)}{?}$;	$\cdot \frac{6}{?}$.

659. Назовите коэффициенты выражений:

- | | | | |
|------------|---------------|---------------------|--------------------|
| 1) $3ab$; | 2) $-0,8mn$; | 3) $\frac{2}{7}k$; | 4) $\cdot 1,6xy$; |
| xy ; | $-k$; | $-9n$; | $-8mn$; |
| $-2n$; | $2,3m$; | $5mnk$; | $-4kl$. |

A

Раскройте скобки (**660, 661**).

- 660.** 1) $1,9(a + 2)$; 3) $-2(x - 0,9)$; 5) $1,3(a - b)$;
2) $3(a - 1,7)$; 4) $-3(1,6 + y)$; 6) $-4(x + y)$.
- 661.** 1) $a + (b - c)$; 4) $9 - (a + b + c)$; 7) $a - (b - c + d)$;
2) $x - (y + 2)$; 5) $x - (-3 + y - z)$; 8) $x + (y - z + 8)$;
3) $m - (-n - k)$; 6) $m + (8 + n - k)$; 9) $m - (-2 + n + k)$.

662. Упростите выражение:

- | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $5 - (a + 3)$; | 2) $2 + (-8 + c)$; | 3) $0,8 - (m + 3)$; |
| $8 - (10 + b)$; | $3 + (-d - 5)$; | $1,4 + (n - 2)$; |
| $9 - (c + 7)$; | $4 + (a - 9)$; | $2,6 - (-k + 10)$. |

663. Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|--|
| 1) $3m \cdot 8$; | 4) $9a \cdot (-0,3)$; | 7) $-5,2x \cdot (-4)$; |
| 2) $1,2m \cdot (-4n)$; | 5) $-3,4a \cdot 2b$; | 8) $-4x \cdot 0,8y$; |
| 3) $-\frac{2}{3}m \cdot (-6n)$; | 6) $-4\frac{1}{6}a \cdot 0,6b$; | 9) $-1\frac{2}{7}x \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right)$. |

Составьте выражение по условию задачи (**664–666**).

- 664.** Ученик купил 3 тетради и 3 альбома. Цена тетради a тг, а цена альбома b тг. Сколько стоит вся покупка, если $a = 20$; $b = 150$?
- 665.** Длина прямоугольника 16 см, а ширина m см. Найдите периметр прямоугольника, если $m = 9$.
- 666.** В первый день туристы прошли n км, а во второй день они проехали на автобусе в 3 раза больше. Какое расстояние туристы преодолели за два дня? Вычислите при $n = 24$.

667. Решите уравнения:

1) $-12,7 + (x - 5,3) = 0,9$;

3) $4\frac{1}{2} - (1,6 - y) = 7$;

2) $0,3 - (7,2 + x) = -1,5$;

4) $-2\frac{1}{3} + \left(x - \frac{1}{6}\right) = -4\frac{5}{9}$.

В

668. Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1) $-\frac{2}{9} + \left(\frac{2}{9} - \frac{3}{4}\right)$;

3) $3\frac{5}{6} + \left(-\frac{5}{6} - \frac{1}{7}\right)$;

5) $2\frac{3}{4} - \left(1\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2}\right)$;

2) $\frac{4}{7} - \left(\frac{5}{11} - \frac{3}{7}\right)$;

4) $\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{9} - \frac{5}{8}\right)$;

6) $6\frac{5}{8} - \left(1\frac{3}{4} - 2\frac{3}{8}\right)$.

669. Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1) $-1,6(2a - 7)$ при $a = 6$;

4) $(8d - 5) \cdot (-0,6)$ при $d = 5$;

2) $-0,4(3b + 4)$ при $b = 7$;

5) $0,9(-8 - 3x)$ при $x = 4$;

3) $-\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4} - 1,5c\right)$ при $c = -3,5$;

6) $-\frac{1}{4}\left(\frac{4}{5}y + 9\right)$ при $y = 3\frac{3}{4}$.

670. Заполните рамочку так, чтобы равенство выражало распределительное свойство умножения:

1) $(x + 9) \cdot \square = -2x - 18$;

4) $(\square - 2y) \cdot 6 = -30 - \square y$;

2) $(17 + y) \cdot \square = -51 - \square y$;

5) $(3x + \square) \cdot 7 = \square x + 28$;

3) $(\square x + 3) \cdot (-4) = -8x - \square$;

6) $(x - 4) \cdot \square = -6x + \square$.

671. Упростите выражения:

1) $-x \cdot (-y) \cdot (-z)$;

4) $(-a) \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot (-d)$;

2) $-4a \cdot (-0,2b) \cdot (-3)$;

5) $-0,8 \cdot (-3x) \cdot 5y \cdot (-4)$;

3) $2\frac{1}{3}m \cdot \left(-\frac{3}{7}n\right) \cdot (-5k)$;

6) $-\frac{1}{3}a \cdot \left(-\frac{3}{4}b\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}c\right)$.

Составьте выражение по условию задачи и вынесите общий множитель за скобки (**672–674**).

672. Одна бригада трактористов за день вспахивает a га земли, другая бригада – 18 га земли. Обе бригады работали 3 дня. Сколько гектаров земли вспахали вместе две бригады трактористов, если $a = 24$?

А. 136 га; В. 126 га; С. 136 га; D. 116 га.

673. Сколько сантиметров проволоки нужно, чтобы изготовить каркас прямоугольного параллелепипеда, длина которого a см, ширина b см, высота c см (рис. 3.4)? Вычислите при $a = 7$; $b = 5$; $c = 3$.

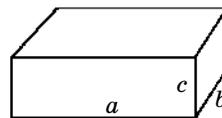


Рис. 3.4

674. Масса ящика груш 9 кг, а масса ящика яблок на x кг больше. Какова масса 2 ящиков груш и 2 ящиков яблок, если $x = 3$?

675. Как разместить вдоль стен квадратной комнаты 10 стульев так, чтобы у каждой стены стояло по 3 стула?

676. Решите уравнения:

1) $(y + 1,6) \cdot (-3) = 19,2$;

4) $(2 + x) \cdot 3,1 = -12,4$;

2) $(x - 0,6) \cdot 2,5 = 6$;

5) $(y - 1,9) \cdot (-2,4) = 12$;

3) $(1,8 + y) \cdot 7 = -22,4$;

6) $(1,2 + x) \cdot (-5) = 4$.

С

677. Впишите в рамочку пропущенное число;

1) $2,5 (\square x + 3y - 5) = 5x + \square y - \square$;

2) $\square (8m - \square - 6n) = 24m - 21 - \square n$;

3) $5(9a - 4b + \square c) = \square a - \square b + 10c$;

4) $2a (\square b - 8c - \square d) = 6ab - \square ac - 10ad$.

678. Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1) $-1,25 - \left(6,5 - \left(1,5 + \left(-2\frac{1}{3} + 3\frac{7}{12} \right) \right) \right)$;

2) $-2,4 - \left(5,6 - \left(1,75 + \left(-2\frac{1}{6} + 5\frac{1}{4} \right) \right) \right)$.

679. Решите уравнения:

1) $1,8 - \left(2\frac{3}{5} - (x - 1,2) \right) = 3$;

2) $1,9 - \left(5\frac{3}{4} - (x + 1) \right) = 3,15$.

Выберите правильные ответы:

А. 8; В. 5; С. 4; D. 6.

680. Велосипедист и мотоциклист одновременно выехали из одного пункта в одном направлении. Скорость велосипедиста b км/ч, а скорость мотоциклиста 36 км/ч. Какое расстояние будет между ними через t часов? Вычислите при $b = 12$; $t = 2$.

- A. 66 км; B. 52 км; C. 48 км; D. 100 км.

681. Найдите значение выражения:

- 1) $(a + b) - (b - c) - (a - 1,7)$ если $c = 5,3$;
 2) $(x - y) + (y - m) - (x + 2,5)$ если $m = 1,2$.

682*. В классе 40% учащихся девочки. 30% девочек и 50% мальчиков посещают различные спортивные секции. Сколько процентов всех учащихся класса посещают эти секции?

683. Начертите от треугольника до прямоугольника (рис. 3.5). Найдите площадь треугольника EFK , где FH — высота.

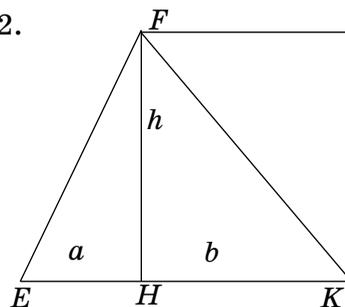


Рис. 3.5

684. Вычислите:

$$\left(\frac{\left(5\frac{3}{8} + 2,75 \right) \cdot 8}{6,5 \cdot 0,3 : 1,5} + \frac{15,75 - 9\frac{1}{5} + 3,45}{7,2 \cdot 0,65 - 2,18} \right) \cdot \frac{2}{9}.$$

Ключевые факты.

Раскрытие скобок. Коэффициент.

Чтобы раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «+», нужно:

- 1) опустить скобки;
- 2) каждое слагаемое, стоящее в скобках, записать со своим знаком.

Пример 1. $14 + (-a + 3 - b) = 14 - a + 3 - b = 17 - a - b.$

Чтобы раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «-», нужно:

- 1) опустить скобки;
- 2) каждое слагаемое, стоящее в скобках, записать с противоположным знаком.

Пример 2. $9 - (-m + 3 - n) = 9 + m - 3 + n = 6 + m + n.$

Если выражение является произведением числа и буквенных множителей, то это число называют коэффициентом.

Пример 3. Найдем коэффициент выражения $-9a \cdot (-3b) \cdot c = (-9) \cdot (-3)abc = 27abc$, где число 27 – коэффициент выражения $27abc$.

Чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

Пример 3. $-4(2 + 7x) = (-4) \cdot 2 + (-4) \cdot 7x = -8 - 28x$.

▲ **667.** 1) 18,9; 2) -5,4; 3) 4,1; 4) $-2\frac{1}{18}$. **669.** 1) -8; 2) -10; 3) -4; 4) -21; 5) -18; 6) -3. **674.** 42 кг. **676.** 2) 3; 4) -6; 6) -2. **678.** 1) -5; 2) $-3\frac{1}{6}$. **681.** 1) 7; 2) -3,7. **682.** 42%. **684.** 12.



Вынесите общий множитель за скобки:

Например: 1) $7x + 3x + 2x = (7 + 3 + 2)x = 12x$, где x – общий множитель.

2) $4ab - 6ac - 8ad = 2a(2b - 3c - 4d)$, где $2a$ – общий множитель.

Вынесите общий множитель за скобки:

1) $ax + ay - az$;

2) $9a - 6b + 3c$;

3) $6x + 2x + 5x$.

3.3. Подобные слагаемые. Приведение подобных слагаемых

I. Подобные слагаемые.

Пример 1. Рассмотрим алгебраическую сумму

$$5a - 9a + 4a - 11a.$$

Слагаемые, имеющие одинаковую буквенную часть, называют *подобными слагаемыми*.

В данной алгебраической сумме слагаемые: $5a$, $-9a$, $4a$, $-11a$ имеют одинаковую буквенную часть и отличаются друг от друга только коэффициентами.

Подобные слагаемые могут быть *равными*, если они имеют равные коэффициенты.

Подобные слагаемые либо не отличаются один от другого, либо отличаются только коэффициентами.

Например, 1) $5n$, $2n$ и $(-7n)$ – подобные слагаемые.
2) $-9x$ и $-9x$ – подобные слагаемые;

II. Приведение подобных слагаемых.

Пример 2. Упростим алгебраическую сумму: $3x - 8x + 7x$.

Решение. В сумме $3x - 8x + 7x$ слагаемые $3x$, $-8x$, $7x$ подобные, так как они имеют одинаковую буквенную часть.

Используя распределительное свойство умножения, вынесем общий буквенный множитель x за скобки:

$$\underbrace{3x - 8x + 7x}_{\text{первоначальное выражение}} = (3 - 8 + 7)\overset{\substack{\text{общий буквенный} \\ \text{множитель}}}{x} = \underbrace{2x}_{\text{упрощенное выражение}}$$

Сложение подобных слагаемых называется *приведением подобных слагаемых*.

Чтобы привести подобные слагаемые, надо:

- 1) сложить их коэффициенты;
- 2) полученное число умножить на общую буквенную часть.

Алгебраическая сумма может содержать различные группы подобных слагаемых. В этом случае их следует подчеркнуть по-разному.

Пример 3. Привести подобные слагаемые в выражении

$$\underline{2,8x} - \underline{7y} + \overbrace{5,6}^{\text{свободные члены}} + \underline{3y} - \underline{4x} - \underline{2}$$

В данной сумме слагаемые $5,6$ и -2 не имеют буквенного множителя. Такие слагаемые называют *свободными членами*.

$$\underline{2,8x} - \underline{7y} + \underline{5,6} + \underline{3y} - \underline{4x} - \underline{2} = (2,8 - 4)x + (-7 + 3)y + (5,6 - 2) = -1,2x - 4y + 3,6.$$

Пример 4. Найдем значение выражения $4mn - 3,8mn + 9,2mn$ при $m = 3$; $n = -2$, предварительно упростив его:

Решение: $4mn - 3,8mn + 9,2mn = (4 - 3,8 + 9,2)mn = 9,4mn = 9,4 \cdot 3 \cdot (-2) = -56,4.$

Ответ: $-56,4.$



1. Какие слагаемые называют подобными?
2. Как привести подобные слагаемые?

685. Приведите подобные слагаемые (устно):

- | | | |
|-----------------|--------------------|------------------|
| 1) $4,5x + 2x;$ | 3) $5,6y - 9y;$ | 5) $6t - 3,9t;$ |
| 2) $3,1x - 4x;$ | 4) $-0,8y - 1,2y;$ | 6) $-2t - 0,7t.$ |

A

Приведите подобные слагаемые (**686, 687**).

- 686.** 1) $2a - 8a + 3a;$ 3) $9b - 5b - 3b;$ 5) $0,6c - c + 0,5c;$
 2) $7a - 13a - 4a;$ 4) $8b + 4b - 7b;$ 6) $2,9c + 3c - 10c.$

- 687.** 1) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x;$ 3) $-\frac{7}{12}y - \frac{5}{6}y;$ 5) $\frac{5}{9}m + \frac{2}{3}m;$
 2) $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x;$ 4) $\frac{8}{15}y - \frac{2}{5}y;$ 6) $\frac{3}{4}m - \frac{1}{6}m.$

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые (**688, 689**).

- 688.** 1) $3,3a + (a - 4);$ 3) $5,3b - (2b + 3);$ 5) $2c - (9 - 5,1c);$
 2) $5a - (0,7a + 8);$ 4) $9,6b + (7 - 0,4b);$ 6) $-5c + (13 - 6c).$

- 689.** 1) $3(x - 7) + 5x;$ 3) $(y - 4) \cdot 2 + 10y;$ 5) $4x + 2(0,5x + 3);$
 2) $5(4 - 3x) + 8x;$ 4) $(2y + 5) \cdot 4 - 11y;$ 6) $6x - 3(x - 7).$

690. Путешественник проехал a км на велосипеде, а на машине – на 80 км больше. Сколько всего километров проехал путешественник?

Составьте алгебраическую сумму и найдите ее значение (**691–693**).

691. Сплав состоит из меди, олова и цинка. Масса олова t кг, а масса меди в 5,2 раза больше, чем масса олова. Масса цинка 0,08 кг. Найдите массу сплава при $t = 0,6.$

- 692.** В книжном шкафу три полки. На первой полке n книг. На второй полке книг больше в 1,2 раза, а на третьей – в 1,3 раза больше, чем на первой полке. Сколько всего книг в книжном шкафу, если $n = 20$?
- 693.** Длина прямоугольника равна a см, а ширина на 3 см меньше, чем длина. Найдите периметр прямоугольника при $a = 8$.

В

- 694.** Раскройте скобки, приведите подобные слагаемые:
- 1) $(3x + y) - (-x - 4y)$; 4) $(m + 3) - (6m + 5) - (m - 1)$;
 2) $(x + 6y) - (8x - 7y)$; 5) $(x - y) + (x + y) - (2x + y)$;
 3) $(m + n) - (m - n)$; 6) $(0,2x - 3) - (x - 2) - (0,4x - 1)$.
- 695.** Раскройте скобки и упростите выражение:
- 1) $3(a - b) - 2(a + b)$; 3) $2,4(c - 3d) - 1,3(2c - d)$;
 2) $4(x + y) + 5(2x - y)$; 4) $-\frac{3}{4}\left(\frac{1}{3}m + n\right) - \frac{1}{4}(3m + n)$.
- 696.** Упростите выражение и вычислите его значение:
- 1) $7(0,5a + 1) + 1,5a - 9$ при $a = -0,8$;
 2) $3,5(3 - 4b) - 5,7 + 8b$ при $b = 1,3$;
 3) $-6\left(\frac{2}{3}c + 1\right) + 7c + 5$ при $c = 7$.
- 697.** Рукопись содержит a страниц. В первый день оператор набрал на компьютере $\frac{3}{5}$, а во второй день – $\frac{1}{4}$ всей рукописи. Сколько страниц осталось набрать оператору?
- 698.** В школе 764 ученика и 24 класса. Докажите, что в школе есть классы, в которых учится меньше 32 учеников.

Составьте выражение, найдите его значение (**699, 700**).

- 699.** Младшему брату x лет, возраст старшего брата больше в 1,5 раза, а возраст отца больше в 3,5 раза. Дедушке столько лет, сколько сыну и внукам вместе. Сколько лет дедушке? Составьте выражение и найдите его значение при $x = 12$.

700. Расстояние между кошкой и собакой равно 15 м. Кошка убегает от собаки со скоростью v м/с, а собака догоняет ее со скоростью 9 м/с. Какое будет расстояние между кошкой и собакой через t с? Составьте выражение и найдите его значение при $v = 6$; $t = 4$.

A. 5 м; B. 7 м; C. 3 м; D. 6 м.

701^o. Чтобы пройти через протоку, проложили мостик из трех досок. Ширина первой доски a см. Ширина второй доски на 20 см больше, а ширина третьей доски на 10 см меньше, чем ширина первой доски. Какова ширина мостика? Вычислите при $a = 50$.

702. Упростите выражение:

1) $-\frac{2}{5}\left(15a + \frac{1}{2}b\right) + \frac{1}{5}b;$

3) $-\frac{1}{9}(3b - 9) + \frac{1}{3}b;$

2) $4\frac{2}{5}\left(\frac{3}{11} - a\right) - 1\frac{1}{5};$

4) $-2\frac{3}{8}\left(4c + \frac{8}{19}\right) + 9\frac{1}{2}c.$

C

703. Решите уравнения:

1) $2\frac{2}{3}\left(1\frac{1}{8}x + \frac{3}{4}\right) - (4x + 1,5) = 0;$ 3) $1\frac{3}{7}\left(1\frac{2}{5}x - 3\frac{1}{2}\right) + 0,7(5x - 3) = 9,4;$

2) $2\frac{1}{7}\left(2\frac{1}{3}x - 1\frac{2}{5}\right) - 3(2x - 1) = 9;$ 4) $5\frac{1}{3}\left(2\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}\right) - 1,5(7x + 4) = 2.$

704. Раскройте скобки и упростите:

1) $(x + y) - (y - z) - (z + 2,9);$

3) $(7 - m) + (m + n) - (n - k);$

2) $(a + 8) - (a + b) + (b - c);$

4) $(x - n) + (m - 5) - (m - n).$

705. Упростите выражение и найдите его значение:

1) $2(a - 3b) + 3a + b$, если $a - b = 4$;

2) $4(0,3x - 2y) + 7,8x - y$, если $x - y = 0,5$;

3) $3(2c - 3d) + 2(2,5c - d)$, если $c - d = 3$;

4) $5(3x + y) + 2(7x + 12y)$, если $x + y = 1$.

Составьте выражение и упростите его (**706–708**).

706. Для детского сада купили a альбомов и b наборов цветных карандашей. Цена одного набора цветных карандашей n тг, а цена альбома равна 20% от цены набора цветных карандашей. Сколько стоят купленные альбомы и наборы цветных карандашей?

707. Асем задумала три числа. Первое число равно a . Второе составляет 40% первого, а третье число – 175% второго. Чему равно среднее арифметическое чисел, задуманных Асем?

708. Туристы должны преодолеть путь, равный s км. В первый день они преодолели $\frac{1}{4}$ пути, во второй день – $\frac{2}{3}$ пути первого дня, остальной путь проехали в третий день. Сколько километров туристы проехали в третий день, если $s = 300$ км?

709. Окружность с центром в точке O разделена на четыре угла с разными градусными мерами (рис. 3.6). Градусная мера первого угла равна a° , второго угла b° , третьего угла c° , четвертого угла d° .

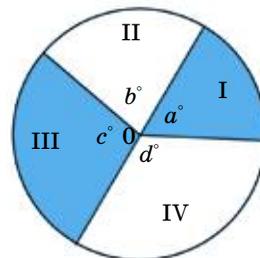


Рис. 3.6

Сумма углов:

первого и второго равна 140° ;

первого и третьего равна 160° ;

первого и четвертого равна 180° .

Найдите градусную меру каждого угла.

710. Найдите значение выражения $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{x}}}$ при $x = 2$.

Ключевые факты.

Подобные слагаемые. Приведение подобных слагаемых.

Пример 1. Дана алгебраическая сумма $2a - 4a + 7a - 4b$. В данной сумме слагаемые $2a, -4a, 7a$ – подобные, а слагаемые $-4a$ и $-4b$ подобными не являются. *Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть.*

Пример 2. Упростим выражение $x - 9x + 5x$.

$$x - 9x + 5x = (1 - 9 + 5)x = -3x.$$

В результате сумму $x - 9x + 5x$ заменили одним выражением $-3x$.

Такое преобразование называют *приведением подобных слагаемых*.

Чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

- ▲ 692. 70 книг. 696. 1) -6 ; 2) -3 ; 3) 20. 701. 160 см. 702. 1) $-6a$; 2) $-4,4a$; 3) 1; 4) -1 . 703. 1) 0,5; 2) -9 ; 3) 3; 4) 4. 705. 1) 20; 2) 4,5; 3) 33; 4) 29. 707. $0,7a$. 708. 175 км. 709. $a = 60^\circ, b = 80^\circ, c = 100^\circ, d = 120^\circ$. 710. 1,25.

3.4. Тождества. Тождественные преобразования выражений

I. Тождества.

Пример 1. Найдем значения выражений $a(b + 8)$ и $ab + 8a$ при $a = -2$, $b = 3$.

$$\begin{aligned}a(b + 8) &= -2(3 + 8) = -2 \cdot 11 = -22. \\ab + 8a &= (-2) \cdot 3 + (-2) \cdot 8 = -6 + (-16) = -22.\end{aligned}$$

Из распределительного свойства умножения следует, что при любых значениях переменных a и b соответственные значения выражений $a(b + 8)$ и $ab + 8a$ равны.

Равенство $a(b + 8) = ab + 8a$ верно при любых значениях a и b . Такие равенства называются *тождествами*.

Равенство, верное при любых допустимых значениях переменных, называется тождеством.



Левая и правая части тождества – тождественно равные выражения.

Выражения, соответственные значения которых равны при любых допустимых значениях переменных, называются тождественно равными.

Равенства, выражающие основные свойства арифметических действий, являются тождествами.

Примеры тождеств:

$$\begin{aligned}a + b &= b + a, & ab &= ba, \\(a + b) + c &= a + (b + c), & (ab)c &= a(bc), \\(a + b)c &= ab + bc.\end{aligned}$$

И также $a \cdot 0 = 0$; $d + 0 = d$; $a \cdot 1 = a$ – тождества.

Верные числовые равенства тоже считаются тождествами.

$2(3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ – тождество

Задание 1.

?

1. Выберите тождественно равные выражения. Запишите их в виде тождества.

1) $3(a + 7)$; 3) $4a - 4b$; 5) $0,5ab$; 7) $3a + 21$

2) $\frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{4}b$; 4) $5a + 2a - 9a$; 6) $4(a - b)$; 8) $-2a$.

2. Какие числа являются допустимыми значениями переменных a и b в данных выражениях?

Проверьте себя.

1. Тождества:

$$3(a + 7) = 3a + 21; \quad 4a - 4b = 4(a - b);$$

$$\frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{4}b = 0,5ab; \quad 5a + 2a - 9a = -2a.$$

2. Где a и b – любые рациональные числа.

II. Тождественные преобразования.

Чтобы найти значение выражения с переменными наиболее рациональным способом, надо его упростить. Выражение упрощается с помощью тождественных преобразований.

Пример 2. Найдем значение выражения $2x - 7x$ при $x = 0,3$. Чтобы найти значение выражения $2x - 7x$ при заданном значении x , надо выполнить три действия:

$$2x - 7x = 2 \cdot 0,3 - 7 \cdot 0,3 = 0,6 - 2,1 = -1,5.$$

Воспользовавшись правилом приведения подобных слагаемых, этот результат можно получить, выполнив только одно действие:

$$2x - 7x = -5x = -5 \cdot 0,3 = -1,5.$$

Мы упростили вычисления, заменив выражение $2x - 7x$ тождественно равным выражением $-5x$, то есть произвели тождественное преобразование.

$$\boxed{2x - 7x = -5x},$$

тождество

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему выражением, называют *тождественным преобразованием*.

Рассмотрим тождественное преобразование выражений с переменными с использованием свойств сложения и умножения.

Задание 2.

Преобразуйте выражение в тождественно равное:

1) используя переместительное и сочетательное свойство сложения:

$$4 + a - 9 - b;$$

2) используя переместительное и сочетательное свойство умножения: $8m(-0,7n)$;

3) используя распределительное свойство умножения: $5a - 5b$.

4) Вывод.

Проверьте себя.

1. $4 + a - 9 - b = (4 - 9) + a - b = -5 + a - b.$

$\boxed{4 + a - 9 - b = -5 + a - b}$

тождество

2. $8m \cdot (-0,7n) = 8 \cdot (-0,7)mn = -5,6mn;$ $\boxed{8m \cdot (-0,7n) = -5,6mn}$

тождество

3. $\boxed{5a - 5b = 5(a - b)}$

тождество

4. Вывод.

Выражение упрощается с помощью тождественных преобразований.



1. Какие равенства называются тождествами? Приведите примеры.

2. Какие выражения называются тождественно равными?

3. Что такое тождественное преобразование?

711. Вычислите устно:

1) $(-2)^2 \cdot \frac{1}{4};$

3) $\left(\frac{1}{5}\right) \cdot (-5)^2;$

5) $\frac{1}{3} \cdot (-3)^2;$

2) $(-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right);$

4) $\frac{5}{6} \cdot (-6)^2;$

6) $\frac{1}{8} \cdot (-4)^2.$

712. Является ли тождеством равенство (устно):

1) $a \cdot 0 = 0;$

3) $a - a = 0;$

5) $2(m + n) = 2m + n;$

2) $a \cdot (-1) = a;$

4) $7x \cdot 2y = 14xy;$

6) $a - (b + c) = a - b - c?$

A

713. Выберите тождественно равные выражения. Запишите их в виде тождества:

1) $(a - a) \cdot b$ и $0;$

3) $5,1x \cdot 7$ и $35,7x;$

5) $x - y$ и $(y - x)(-1);$

2) $(x + y) \cdot 0$ и $x + y;$

4) $a - b$ и $b - a;$

6) $7(a - b)$ и $7a - 7b.$

714. Упростите выражение, используя переместительное и сочетательное свойства умножения. Подчеркните коэффициент:

1) $-2,3x \cdot 4;$

3) $5,2x \cdot (-2);$

5) $-4,1x \cdot (-5);$

2) $9y \cdot (-3);$

4) $\frac{2}{3}y \cdot 6;$

6) $-\frac{3}{5}y \cdot 15.$

715. Преобразуйте выражение в тождественно равное, используя распределительное свойство умножения:

1) $9(2 + m);$

3) $2,8(3 - m);$

5) $4(1,2 - m);$

2) $-3(1,5 + n);$

4) $-1,5(2 - n);$

6) $1,3(n - 5).$

716. Приведите подобные слагаемые:

1) $-2,5a + 1,8a + 1,5a$; 3) $\frac{1}{2}c + \frac{1}{3}c + \frac{1}{6}c$; 5) $7,2a - 5a - 1,3a$;
2) $3,2b - 4,3b - 3,2b$; 4) $1,9d - 4,2d + 3,1d$; 6) $\frac{1}{3}b + \frac{1}{5}b - \frac{2}{15}b$.

717. На каждой странице книги 35 строк. В каждой строке x знаков. Сколько знаков на 10 страницах книги, если на каждой странице книги одинаковое количество знаков?

718. На клумбе посажено a рядов роз, в каждом ряду по 12 лунок, в каждую лунку посажено по 3 куста. Сколько всего кустов роз посажено на клумбе?

Составьте выражение и найдите его значение при $a = 9$.

719. Прямоугольный параллелепипед составлен из брусьев, каждый из которых имеет длину 9 см, ширину 6 см, высоту 3 см (рис. 3.7). Найдите объем параллелепипеда.

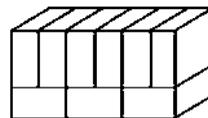


Рис. 3.7

720. Выполните действия:

1) $4,5 \cdot (3,9 - 8,52) + 10,79$; 3) $(9 - 30) : (3,08 + 1,12)$;
2) $(0,817 + 0,483) \cdot 60 \cdot (-0,5)$; 4) $(15 + 6,7) : (5,34 - 8,44)$.

В

721. Выберите тождественно равные выражения и составьте тождество:

1) $ab + 3c$; 4) $\frac{1}{4}a \cdot \frac{4}{5}b \cdot \frac{5}{6}c$; 7) $8a + 8b - 8c$;
2) $a - b - c$; 5) $-1(b + c - a)$; 8) $\frac{1}{6}abc$.
3) $8(a + b - c)$; 6) $3c + ab$;

722. Из данных равенств выберите тождество:

1) $4y - 8 = 4(y - 2)$; 4) $9a - (b + c) = 9a - b - c$;
2) $x + (3x - 4) = 3x - 4$; 5) $2y - 6 = 2(y - 1)$;
3) $a - b + c = -(b - a - c)$; 6) $2,5x + 1,7x - 3,2x = x$.

723. Замените выражение тождественно равным, используя правило раскрытия скобок:

1) $(3x + y) - (x - 4y)$; 4) $(6m + 5) - (m - 1)$;
2) $(x + 6y) - (8x - y)$; 5) $(2x + y) - (x + y)$;
3) $(m + n) + (m - n)$; 6) $(2m - 3n) + (2m + 3n)$.

724. Составьте выражение и упростите его.

- 1) Запишите сумму трех последовательных натуральных чисел, если первое число равно n .
2) Запишите сумму трех последовательных четных натуральных чисел, если первое число равно a .

725. Имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 4 л воды?

726. Выполните действия:

1) $2\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{15} - 3\frac{5}{6}\right) - 2\frac{3}{4}$;

3) $\left(6\frac{3}{8} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot (-4) + \frac{7}{18} \cdot 9$;

2) $-1\frac{1}{7} \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{19}{20}\right) \cdot \left(6\frac{5}{6} + 4\frac{2}{3}\right)$;

4) $9\frac{1}{6} : \left(4\frac{1}{3} - 8\right) + 24 \cdot \frac{3}{8}$.

С

727. Используя переместительное и сочетательное свойства умножения, преобразуйте выражение в тождественно равное. Подчеркните коэффициенты:

1) $0,125a \cdot (-4b) \cdot (-2c)$;

3) $-0,15k \cdot (-4m) \cdot (-5n)$;

2) $-\frac{3}{4}x \cdot \left(-\frac{2}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{2}z\right)$;

4) $-\frac{6}{7}a \cdot \left(\frac{5}{6}b\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}c\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}d\right)$.

728. Преобразуйте выражение в тождественно равное:

1) $3(a + 4) + 4(a - 3)$;

3) $8(c - 3) + 5(c + 4)$;

2) $2(b + 7) - 3(b + 1)$;

4) $2,4(d + 1) - 0,6(4d - 3)$.

729. 1) Докажите тождество:

а) $(a + b)a - (a - b)b = a^2 + b^2$;

б) $(a + b)a - (a + b)b = a^2 - b^2$;

в) $(a + b)a + (a + b)b = a^2 + 2ab + b^2$.

2) Составьте какое-либо тождество:

а) содержащее одну переменную; б) содержащее две переменные.

Составьте выражение по условию задачи. Упростите выражение и найдите его значение (**730**, **731**).

730. Длина ящика a см, ширина составляет 75% длины, а высота – 80% ширины. Найдите объем ящика. Вычислите при $a = 20$.

731. За один час работы на станке первый рабочий изготовил 16 деталей, а второй – 20. Третий рабочий за 4 ч изготовил столько деталей, сколько вместе изготовили первый рабочий за a ч и второй за b ч. Сколько деталей изготовил третий рабочий за 1 ч? Вычислите при $a = 3$; $b = 2$.

732*. Катер за 5 часов проплыл по озеру такое же расстояние, какое он проплыл за 4 часа, плывя по течению реки. Сколько потребуется часов, чтобы проплыть это расстояние на плоту?

733*. 3 обезьяны за 3 минуты съели 3 банана. Сколько бананов съедят 6 обезьян за 6 минут?

734. Решите уравнения рациональным способом:

1) $5 + \frac{3x - 8}{2} + \frac{6 - x}{3} = -4;$

3) $\frac{3x - 5}{5} + \frac{18 + x}{6} = 25;$

2) $\frac{4x + 12}{3} + \frac{25 - 8x}{5} = 1;$

4) $\frac{5x - 8}{5} + \frac{4x + 25}{4} = \frac{1}{4}.$

Ключевые факты.

Тождества. Тождественные преобразования выражений.

I. Тождества.

Тождеством называется равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

Пример 1. $7x + 7y = 7(x + y)$ – тождество, где x, y – любое число.

II. Тождественные преобразования.

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему, называют тождественным преобразованием выражения.

Пример 2. $15 - (a + 3) = 15 - a - 3 = (15 - 3) - a = 12 - a.$

$15 - (a + 3) = 12 - a$ – тождество.

Выражение $15 - (a + 3)$ заменили тождественно равным выражением $12 - a.$

▲ 719. 1458 см³. **720.** 1) -10; 2) -39; 3) -5; 4) -7. **726.** 1) -12; 2) -23; 3) -11; 4) 6,5. **730.** 3600 см³. **731.** 22 детали. **732.** 20 ч. **733.** 12 бананов. **734.** 1) -6; 2) 30; 3) 30; 4) -2,2.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ К ГЛАВЕ III

A

735. Раскройте скобки:

1) $a + (-3b) + (-c) + d;$

4) $(-0,6a) + (-b) + c + (-3d);$

2) $(-6x) + (-7y) + z;$

5) $(-x) + 6y + (-5z);$

3) $(-m) + (-4n) + (-3p);$

6) $m + (-3n) + 8p.$

736. Запишите допустимые значения переменной:

1) $\frac{a + 8}{3a};$

2) $\frac{a + b}{a - b};$

3) $\frac{a}{a + 9};$

4) $\frac{a}{b - 7}.$

737. Раскройте скобки:

- 1) $4a - (3b - c)$; 3) $0,19 + (4a - c)$; 5) $m + (9n - k - p)$;
2) $-m - (2n + k)$; 4) $x + (8y - z)$; 6) $a - (4b + 3c - d)$.

738. Вынесите общий множитель за скобки:

- 1) $ab - ac$; 3) $9x - 3y$; 5) $mnk - mn$;
2) $mn - m$; 4) $4,5m + 1,5n$; 6) $abc + ab$.

739. Найдите значения выражений $4 \cdot (x - 2)$ и $4 \cdot (2 - x)$. Заполните таблицу:

x	-1	0,5	4	-3	0,9
$4(x - 2)$					
$4(2 - x)$					

Чем отличается значение выражения $4 \cdot (x - 2)$ от значения выражения $4 \cdot (2 - x)$?

В

740. Сколько метров и сантиметров проволоки нужно для изготовления каркаса куба ребром a см? Вычислите при $a = 10$.

741. Поставьте скобки так, чтобы получилось верное равенство:

- 1) $a - b + a = -b$; 3) $5 - 3 + c = 2 - c$; 5) $9 - a + 4 = 5 - a$;
2) $a - a - c = c$; 4) $10 - a - 2 = 12 - a$; 6) $a - 5 + a = -5$.

742. Впишите в рамочку пропущенное число или букву в тождественно равных выражениях:

- 1) $a(b + c) = ab + \square \cdot c$; 4) $0,25a \cdot 9b = \square \cdot ab$;
2) $\square (a + 3) = 1,2a + 3,6$; 5) $1,5a \cdot \square b = -4,5ab$;
3) $10a - 12a - 3 = \square \cdot a - 3$; 6) $4ab - 2ac = \square \cdot (2b - c)$.

743. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

- 1) $4(7 - 5x) - (12 - 20x)$; 3) $6(x + 2y) - 3(2x + y)$;
2) $2(3x - y) - (5x - 2y)$; 4) $5(4x + y) - 2(x - y)$.

744. Ширина прямоугольника b см, длина в 6 раз больше, разность длины и ширины равна 30 см. Найдите его периметр.

С

Упростите выражение (745, 746).

745. 1) $-0,8a \cdot 0,45b \cdot (-c)$; 3) $3(1,6x - 0,7y) - 1,8x + 0,1y$;
2) $m(-0,75n) \cdot (-0,6k)$; 4) $-5(0,9m - 1,1n) - 1,5m + 1,9n$.

746. 1) $\frac{5}{8}x - \frac{1}{4}x - \frac{1}{12}x + \frac{1}{6}x$; 2) $\frac{5}{7}y + \frac{1}{4}y + \frac{3}{14}y + 1\frac{3}{4}$;

$$3) 3\frac{3}{5}x + 4\frac{10}{21} + 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{3};$$

$$4) 5\frac{2}{3}y + 8\frac{3}{5}y + 3\frac{3}{4} + 16\frac{5}{8}.$$

747. Найдите значение выражения:

- 1) $3(a + 2b) - a$ при $a + 3b = 1,1$;
- 2) $2,4(3x + 5y) - 4y$ при $0,9x + y = 2$;
- 3) $8(0,5a + 3b) + 8a$ при $a + 2b = 2,5$;
- 4) $3(0,6m + 5n) - 3n$ при $0,3m + 2n = 4$.

748*. На рисунке 3.8 изображен квадрат со стороной $a + b$. Найдите площадь заштрихованной фигуры $ABCD$. Вычислите при $a = 6$ см, $b = 2$ см.

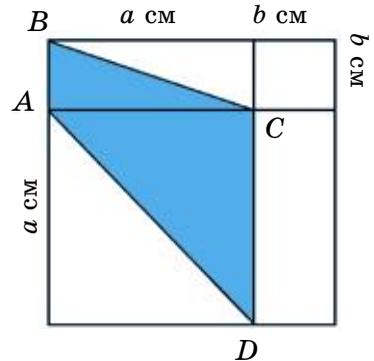


Рис. 3.8

749. Сумма длин ребер, выходящих из одной вершины прямоугольного параллелепипеда, равна 40 см. Его высота h см, ширина в 2 раза больше, а длина в 5 раз больше высоты. Вычислите объем параллелепипеда.



744. 84 см. **747.** 1) 2,2; 2) 16; 3) 30; 4) 24. **748.** 24 см². **749.** 1250 см³.

3.5. Многоэтажные дроби (Для дополнительного изучения)

Известно, что частное двух натуральных чисел записывается в виде $m : n$, или $\frac{m}{n}$.

Например, выражение $\frac{1}{5} : \frac{3}{4}$ можно записать в виде $\frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{5}{6}}$. Аналогично выражение $\left(1 - \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{6}$ можно записать в виде $\frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{5}{6}}$, при этом дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$ считаются многоэтажными дробями.

Пример 1. Найдем значение многоэтажной дроби: $\frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}$.

Способ 1. Вычислим по действиям.

$$1) \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{1}{2};$$

$$2) \frac{1}{2} : \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{2 \cdot 5} = \frac{3}{5}.$$

Вычисления по действиям можно записать последовательно:

$$\frac{\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3}}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5}.$$

Способ 2.

В многоэтажных дробях дроби в числителе и в знаменателе можно преобразовать в натуральные числа.

Чтобы дроби в числителе и в знаменателе многоэтажных дробей преобразовать в натуральные числа, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей дробей в числителе и в знаменателе многоэтажных дробей;
- 2) дроби в числителе и в знаменателе многоэтажных дробей умножить на наименьшее общее кратное их знаменателей;
- 3) выполнить действия над натуральными числами.

Пример 2. Найдем значение дроби:

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot 12}{\frac{3}{4} \cdot 12} = \frac{6 + 4}{9} = 1\frac{1}{9}; \text{НОК } (2, 3, 4) = 12.$$

Пример 3. Вычислим значение выражения: $\frac{\frac{5}{6} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}}$.

Способ 1. Выполним действия «цепочкой»:

$$\frac{\frac{5}{6} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5-4}{6}}{\frac{3+4}{12}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{12}} = \frac{1}{6} : \frac{7}{12} = \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{7} = \frac{12}{6 \cdot 7} = \frac{2}{7}$$

Способ 2. Вычислим значение многоэтажной дроби способом преобразования дробей в числителе и в знаменателе в натуральные числа.

$$\frac{\frac{5}{6} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) \cdot 12}{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot 12} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 12 - \frac{2}{3} \cdot 12}{\frac{1}{4} \cdot 12 + \frac{1}{3} \cdot 12} = \frac{10 - 8}{3 + 4} = \frac{2}{7}.$$

Если в многоэтажных дробях и в числителе, и в знаменателе имеются действия сложения и вычитания, лучше преобразовать их и записать в виде натуральных чисел.

Пример 4.

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 - \frac{1}{4}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{3}{4}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{11}{4}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{11}} = 1 + \frac{1}{\frac{26}{11}} = 1 + \frac{11}{26} = 1 + \frac{11}{26} = 1 + \frac{11}{26}.$$

A

Вычислите (750–762).

750. 1) $\frac{1}{\frac{4}{5}}$; 2) $\frac{1}{\frac{1}{2}}$; 3) $\frac{1}{\frac{5}{\frac{2}{3}}}$; 4) $\frac{1}{\frac{7}{8}}$; 5) $\frac{1}{\frac{9}{10}}$; 6) $\frac{1}{\frac{8}{11}}$.

751. 1) $\frac{1}{\frac{2}{3}}$; 2) $\frac{5}{\frac{12}{2}}$; 3) $\frac{4}{\frac{9}{2}}$; 4) $\frac{8}{\frac{15}{4}}$; 5) $\frac{2}{\frac{5}{6}}$; 6) $\frac{3}{\frac{8}{1}}$.

752. 1) $\frac{1}{\frac{2}{\frac{3}{2}}}$; 2) $\frac{12}{1\frac{1}{5}}$; 3) $\frac{3}{\frac{4}{1\frac{1}{4}}}$; 4) $\frac{11}{\frac{1}{4\frac{1}{2}}}$; 5) $\frac{5}{1\frac{4}{3}}$; 6) $\frac{3}{1\frac{1}{4}}$.

753. 1) $\frac{5}{\frac{8}{\frac{2}{3}}}$; 2) $\frac{3}{\frac{4}{\frac{1}{2}}}$; 3) $\frac{7}{\frac{15}{\frac{3}{2\frac{5}{8}}}}$; 4) $\frac{5}{\frac{12}{\frac{4}{\frac{5}{2}}}}$.

754. 1) $\frac{3}{1 - \frac{1}{2}}$; 2) $\frac{1 - \frac{1}{4}}{1\frac{1}{2}}$; 3) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{1\frac{5}{6}}$; 4) $\frac{8\frac{1}{3}}{\frac{8}{9} - \frac{1}{3}}$.

B

755. 1) $\frac{\frac{7}{12} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{5}{5}}$; 2) $\frac{\frac{3}{5} - \frac{4}{15}}{\frac{4}{4} - \frac{1}{2}}$; 3) $\frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} + \frac{2}{3}}$; 4) $\frac{\frac{7}{18} + \frac{1}{6}}{2\frac{1}{2} + \frac{6}{5}}$.

756. 1) $\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{2}{15}}$; 2) $\frac{1\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{9}}$; 3) $\frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{15}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{7}}$; 4) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}{\frac{3}{8} - \frac{1}{3}}$.

$$757. \quad 1) \frac{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{5}{6}}; \quad 2) \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}; \quad 3) \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{3}}; \quad 4) \frac{\frac{5}{6} - \frac{5}{8}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{3}}.$$

$$758. \quad 1) \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8}}; \quad 2) \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{12}}; \quad 3) \frac{\frac{5}{9} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{18}}{\frac{1}{18} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{9}}; \quad 4) \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{12}}{\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10}}.$$

$$759. \quad 1) \frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{2}{3}}; \quad 2) \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{2}{9}}{\frac{5}{15} + \frac{2}{3} - \frac{4}{5}}; \quad 3) \frac{\frac{4}{15} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{4} - \frac{2}{5}}; \quad 4) \frac{\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{6}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{8}}.$$

C

$$760. \quad 1) \frac{1}{5} + \frac{3}{2 - \frac{1}{3}}; \quad 2) 3 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}; \quad 3) 7 - \frac{1}{1 - \frac{4}{5}}; \quad 4) 9 - \frac{2}{1 - \frac{3}{4}}.$$

$$761. \quad 1) 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4}}}; \quad 2) 3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}; \quad 3) 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}}.$$

$$762. \quad 1) \frac{6}{4 + \frac{9}{3 - \frac{1}{2 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}}; \quad 2) \frac{1}{8 - \frac{19}{6 - \frac{4}{4 - \frac{1}{2 - \frac{3}{4}}}}}; \quad 3) \frac{5}{7 + \frac{9}{6 + \frac{5}{5 + \frac{8}{4 + \frac{4}{5}}}}}.$$

▲ 758. 1) $\frac{1}{6}$; 2) 0,9; 3) $6\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{3}$. 759. 1) $\frac{5}{11}$; 2) $\frac{2}{15}$; 3) $\frac{1}{26}$.

761. 1) $\frac{7}{18}$; 2) $2\frac{13}{21}$; 3) $2\frac{2}{3}$. 762. 1) 0,75; 2) 0,25; 3) 0,6.

ГЛОССАРИЙ

А

Алгебраическая сумма – 177
Алгебраические выражения – 176

В

Всхожесть семян – 99

Д

Длина окружности – 63
Допустимые значения
переменных – 176
Десятичная периодическая
дробь – 165

К

Концентрация раствора – 29
Координатная прямая – 77
Коэффициент – 184

М

Масштаб карты – 57
Модуль – 89
Модуль числа – 89

Н

Неотрицательные числа – 73
Неположительные числа – 73

О

Обратно пропорциональная
зависимость – 47
Отношение – 16
Отрицательные числа – 73

П

Периодические десятичные
дроби – 164
Переменные – 176
Период – 65
Подобные слагаемые – 189
Приведение подобных
слагаемых – 190
Положительные числа – 73
Площадь круга – 64
Пропорция – 33
Противоположные числа – 78
Прямо пропорциональная
зависимость – 41

Р

Раскрытие скобок – 183
Рациональное число – 84
Рациональные числа – 83

С

Сложный процентный рост – 160
Сфера – 64
Смешанные периодические
дроби – 166

Т

Тождество – 195
Тождественно равные
выражения – 195
Тождественные
преобразования – 196

СОДЕРЖАНИЕ

Повторение пройденного в 5 классе

Делимость натуральных чисел	4
Совместное выполнение действий с обыкновенными и десятичными дробями	8
Нахождение процентов от данного числа.	
Нахождение числа по его процентам.	12

Глава I. Отношения и пропорции

1.1. Отношение двух чисел	16
1.2. Задачи на деление в данном отношении	22
1.3. Процентное отношение двух чисел	26
1.4. Пропорция. Основное свойство пропорции.	32
1.5. Прямо пропорциональная зависимость	40
1.6. Обрато пропорциональная зависимость	46
1.7. Решение задач на проценты способом пропорции	53
1.8. Масштаб	57
1.9. Длина окружности. Площадь круга. Шар. Сфера	63
Упражнения для повторения к главе I	69
Исторические сведения об отношениях и пропорциях	71

Глава II. Рациональные числа и действия над ними

2.1. Положительные числа. Отрицательные числа	72
2.2. Координатная прямая. Противоположные числа	77
2.3. Целые числа. Рациональные числа.	83
2.4. Модуль числа.	89
2.5. Сравнение рациональных чисел	97
2.6. Сложные задачи на движение по реке. (Для дополнительного изучения)	105
Исторические сведения о системе счисления и отрицательных числах.	107
2.7. Сложение рациональных чисел с помощью координатной прямой	110
2.8. Сложение отрицательных рациональных чисел	117
2.9. Сложение рациональных чисел с разными знаками	123
2.10. Свойства сложения рациональных чисел	129
2.11. Вычитание рациональных чисел. Длина отрезка на координатной прямой	133
2.12. Расстояние между точками координатной прямой	140
2.13. Умножение рациональных чисел	143
2.14. Переместительное и сочетательное свойства умножения рациональных чисел	149
2.15. Деление рациональных чисел.	153
2.16. Сложные задачи на проценты. (Для дополнительного изучения)	158
Краткие исторические сведения о числе «ноль»	163
2.17. Представление рационального числа в виде бесконечной десятичной периодической дроби	164
2.18. Перевод бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь.	170
Арифметические действия над рациональными числами. Упражнения для повторения к главе II.	173

Глава III. Алгебраические выражения

3.1. Алгебраические выражения. Переменные. Алгебраическая сумма	176
3.2. Раскрытие скобок. Коэффициент	183
3.3. Подобные слагаемые. Приведение подобных слагаемых	189
3.4. Тождества. Тождественные преобразования выражений	195
Упражнения для повторения к главе III.	200
3.5. Многочленные дроби. (Для дополнительного изучения)	202
Глоссарий	206

Учебное издание

**Алдамуратова Турсынкуль Алдамуратовна
Байшоланова Карлыгаш Советовна
Байшоланов Еркин Советович**

МАТЕМАТИКА

Учебник для 6 класса общеобразовательной школы

Часть 1

*Зав. редакцией Н. Жиенгалиев
Художественный редактор А. Капсаланова
Технический редактор У. Рысалиева
Корректор И. Кротов*

ИБ № 051

Сдано в набор 24.01.2018. Подписано в печать 18.05.2018. Формат 70×90¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная». Печать офсетная. Усл.-печ. 15,21.
Уч.-изд.л. 10,65. Тираж 30 000 экз. Заказ № 3450.

ТОО «Корпорация «Атамұра», 050000, г. Алматы, пр. Абылай хана, 75.

Полиграфкомбинат ТОО «Корпорация «Атамұра» Республики
Казахстан, 050002, г. Алматы, ул. М. Макатаева, 41.

